

© copyright - Massa 2006

*Tutti i diritti sono riservati:
nessuna parte può essere riportata in alcun modo
(compresi fotocopie e microfilms)
senza il permesso scritto dalla Casa Editrice*

IN COPERTINA: composizione d'immagini di superfici curve
rappresentate applicando la definizione di
Gaspar Monge, eseguite dall'autore
Composizione eseguita dall'autore.

*Finito di stampare
Nel mese di Aprile dell'anno 2006*

presso lo Studio G.A.G. - Massa

INDICE

IL DISEGNO	Pag. 9
IL DISEGNO GEOMETRICO A MANO LIBERA	10
RELAZIONE TRAGLI ELEMENTI RAPPRESENTATIVI	12
I PROFILI	12
La Geodetica - La Geodetica di un cono	16
Tangenti a una curva generica	26
Continuità di una linea curva	26
LINEE CURVE PIANE FORMATE	28
LE POLICENTRICHE	33
LI OVALI	35
LE CONICHE	37
ELLISSE	40
PARABOLA	42
IPERBOLE	44
CASI PARTICOLARI	46
LA CIRCONFERENZA	46
CASI DEGENERI	47
PROBLEMI DI APPARTENENZA	51
IL CONO	52
IL CILINDRO	52
LA SFERA	53

DALLA GEOMETRIA DESCRITTIVA AL DISEGNO AUTOMATICO 2D E 3D

Le Superfici a semplice e doppia curvatura

Arch. Amedeo G. Giusti

2005-2006

LE SUPERFICIA SEMPLICE E DOPPIA CURVATURA	54
GENESI GEOMETRICA MODI DI CREAZIONE	54
LA SUPERFICIE	55
PRIMO E SECONDO E TERZO MODO DI CREAZIONE	56
SUPRFICI DI ROTAZIONE	63
SUPERFICI DI TRASLAZIONE	73

ARCHI E VOLTE	105
NOMENCLATURA	106
TIPOLOGIE	111
LE VOLTE	114
LA VOLTA A BOTTE	114
VOLTA A CATINO	115
VOLTA A VELAA BASE QUADRATA	117
VOLTA A CROCERA A BASE QUADRATA	109
VOLTA A PADIGLIONE	102
VOLTA A CATINO A BASE TRIANGOLARE A SEZIONE ELLITTICA	115
VOLTA A VELAA BASE TRIANGOLARE A SEZIONE ELLITTICA	125
VOLTA A CROCERA A BASE TRIANGOLARE A SEZIONE ELLITTICA	126
VOLTA IPERBOLICA E PARTICOLARI VOLTE	128

RICERCA DELLA RETTA GENERICA E DEL PIANO GENERICO CON ANGOLI ASSEGNATI

RETTA GENERICA CON ANGOLI DATI	131
RETTA GENERICA CON ANGOLI DATI	131
RETTA GENERICA CON REALE VALORE E UNA DELLE DUE PROIEZIONI	134
PIANO GENERICO CON ANGOLI ASSEGNATI	136

INDICE

IL DISEGNO	Pag. 9
IL DISEGNO GEOMETRICO A MANO LIBERA	10
RELAZIONE TRAGLI ELEMENTI RAPPRESENTATIVI	12
I PROFILI	12
La Geodetica - La Geodetica di un cono	16
Tangenti a una curva generica	26
Continuità di una linea curva	26
LINEE CURVE PIANE FORMATE	28
LE POLICENTRICHE	33
LI OVALI	35
LE CONICHE	37
ELLISSE	40
PARABOLA	42
IPERBOLE	44
CASI PARTICOLARI	46
LA CIRCONFERENZA	46
CASI DEGENERI	47
PROBLEMI DI APPARTENENZA	51
IL CONO	52
IL CILINDRO	52
LA SFERA	53

DALLA GEOMETRIA DESCRITTIVA AL DISEGNO AUTOMATICO 2D E 3D

Le Superfici a semplice e doppia curvatura

Arch. Amedeo G. Giusti

2005-2006

LE SUPERFICIA SEMPLICE E DOPPIA CURVATURA	54
GENESI GEOMETRICA MODI DI CREAZIONE	54
LA SUPERFICIE	55
PRIMO E SECONDO E TERZO MODO DI CREAZIONE	56
SUPRFICI DI ROTAZIONE	63
SUPERFICI DI TRASLAZIONE	73
ARCHI E VOLTE	105
NOMENCLATURA	106
TIPOLOGIE	111
LE VOLTE	114
LA VOLTA A BOTTE	102
UNGHIE E FUSI	102
VOLTA A CROCERA	102
VOLTA A PADIGLIONE	102
VOLTA A BACINO	102
VOLTA A AD OMBRELLO	102
VOLTA A CON SUPERFICI DI RACCORDO	102
CUPOLE	105
CUPOLA CON TAMBURO	102
RICRCA DELLA RETTA GENERICA E DEL PIANO GENERICO CON ANGOLI ASSEGNATI	
RETTA GENERICA CON ANGOLI DATI	122
RETTA GENERICA CON ANGOLI DATI	122
RETTA GENERICA CON REALE VALORE E UNA DELLE DUE PROIEZIONI	134
PIANO GENERICO CON ANGOLI ASSEGNATI	136
ESEMPI DI APPLICAZIONI	130
TAVOLE	132
ELENCO DELLE TAVOLE ESEGUITE DAGLI ALLIEVI	139

DALLA GEOMETRIA DESCRITTIVA AL DISEGNO AUTOMATICO 2D E 3D

Le Superfici a semplice e doppia curvatura

Arch. Amedeo G. Giusti

2005-2006

IL DISEGNO

Generalità

Il disegno nasce insieme alla civiltà; esso precede l'uso della scrittura. Il disegno è usato da tutte le scienze e le arti come: la geografia, la topografia, la matematica, l'idraulica, la fisica, l'edilizia, l'urbanistica, l'architettura, la meccanica; dove mediante le operazioni grafiche si facilita le dimostrazioni, dove si rendere evidenti le teorie.

Le arti, la scienza e la tecnica, eseguono, attraverso il disegno a mano libera, il pensiero della realtà con le varie proiezioni e le diverse prospettive e modellazioni.

Sono numerosi i vantaggi offerti dal disegno eseguito a mano libera: infatti, con esso c'è la possibilità di rappresentare cose ancora non esistenti in modo pressoché realistico.

Con il disegno a mano libera di qualsiasi figura, di costruzione, di una scena, insieme di piante, anche solo nella fase di progetto o di rilievo, si ha un'immediata evidenza spaziale.

Il disegno è il primo mezzo per la pre-manifestazione del pensiero tecnologico ed artistico, la rappresentazione grafica delle idee, dalla mente alla realizzazione, si esegue mediante una successione di tecniche.

Lo *schizzo* eseguito a mano libera si forma istantaneamente alla forma dell'idea.

Per l'esecuzione, si passa dallo schizzo che è la prima idea, l'immediata ispirazione, il primo getto sommario e veloce dell'immaginazione, al *bozzetto*, studio e *abbozzo* che presuppongono una certa maturazione dell'oggetto dalla quale si rappresenta la primitiva emozione.

La nostra facoltà di percezione aumenta notevolmente, poiché il disegno eseguito a mano libera c'impone di distinguere l'essenziale dal superfluo, a guardare con più accuratezza gli oggetti per cogliere l'essenza.

Questo primitivo ma attuale modo di rappresentare, arricchisce la nostra vita d'esperienza e le capacità sensoriali e sensitive. La capacità d'osservazione diventa più finalizzata e accurata e acuta, la memoria visiva si rafforza, si estende l'immaginazione.

Disegnando si acquista e si sviluppa il senso della forma e dello spazio, nonché la capacità d'astrazione.

Per quanto riguarda l'aspetto e la tecnica, il disegno può essere *al tratto*, il sistema più semplice e antico che rappresenta gli oggetti con le linee di contorno, con il *chiaro scuro* si può dare l'aspetto di livello più vicino possibile alla forma dei corpi, mediante la rappresentazione graduata distribuzione delle ombre proprie e portate.

Il disegno diventa *tecnico* secondo il carattere e della destinazione, nel modo dell'esecuzione, diventa geometrico quando è eseguito con regole e precisione e le tecniche degli strumenti o attrezzature speciali come il computer ecc, mentre il disegno *a mano libera* è quello senza l'ausilio d'attrezzature. Lo schizzo eseguito a mano libera si forma istantaneamente alla forma dell'idea, basato sulla sensibilità e la maestria, prontezza d'intuito riassuntiva del pensiero, dell'occhio e della mano.

Il disegno dal vero si ottiene quando è rappresentato attraverso le forme reali, ritraendole direttamente da esse, in simili proporzioni su fogli piani. La rappresentazione è prospettica, perché l'osservazione avviene dall'occhio umano, perciò si ha una proiezione da un centro proprio

Il disegno *architettonico*, è quello che rappresenta per mezzo delle costruzioni geometriche il rilievo o il progetto attraverso, le piante, il prospetto, le sezioni e i particolari di dettaglio.

In questo tipo di disegno l'impiego delle scale di riduzione e proporzione consente di rimanere entro le dimensioni adatte alle attrezzature in uso. Le attrezzature per esecuzione del disegno sono molte e sarà compito dell'operatore la scelta più pertinente per ottenere il massimo risultato. Gli attrezzi sono: i tipi di carte, varie matite di diversa durezza, i compassi, le squadre, i rapidograph, i normografi, le righe, i goniometri, i tecnigrafi che comprendono buona parte di questi attrezzi, gli scalimetri, i retini ecc, fino ai computer che eseguono a video immagini tridimensionali e filmati.

IL DISEGNO GEOMETRICO A MANO LIBERA

In questo tipo di rappresentazione, richiama le nozioni principali del disegno applicato con le costruzioni geometriche elementari, per poterli applicare agevolmente negli oggetti più complessi.

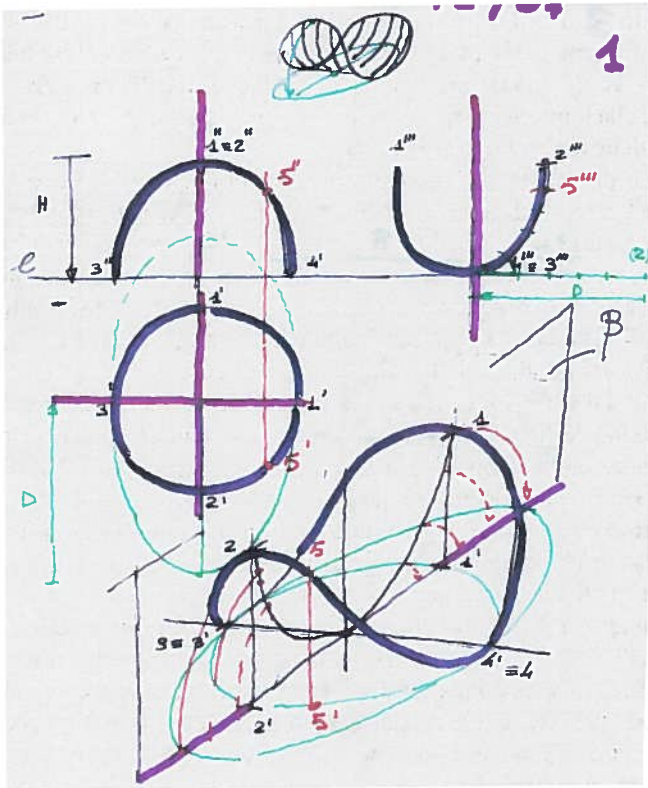


Fig. 1

Si tratta di costruire nella memoria visiva le semplici nozioni di generazione degli oggetti e realizzarli in grafici.

Alla base di queste nozioni per il disegno in proiezione ortogonale e assonometrico sono: gli assi x, y e z, gli assi principali di simmetria, gli assi secondari, le rette parallele, i centri di rotazione, le figure regolari di costruzione, i volumi dove è possibile inscrivere forme di superfici complesse, le proporzioni reciproche tra i vari elementi.

RELAZIONI TRAGLI ELEMENTI RAPPRESENTATIVI

Il disegno architettonico ha le origini nel disegno geometrico e poiché si esegue con le rette, i punti posti nello spazio con certi rapporti e misure, si analizzano e si rappresentano i concetti di base iniziando da: relazioni fra punti, rette, linee, segmenti, circonferenze e le costruzioni di tangenti, le dimensioni nello spazio e il legame fra volume e superficie.

Tra le linee si rappresentano nei rapporti: la retta, la poligonale, le curve, le policentriche, le figure piane e solidi; le similitudini, le omologie, le simmetrie; dei poligoni: quelli regolari e irregolari, concavi e convessi, le circonferenze.

Si richiamano alcuni problemi grafici di geometria da conoscere, inerenti i profili, perché indispensabili anche per chi opera con il disegno automatico:

1. la costruzione di raccordi
2. i raccordi fra archi
3. la costruzione di una circonferenza tangente a tre circonferenze date
4. gli ovali
5. gli ovuli
6. le spirali
7. curve trigonometriche
8. le curve policentriche
9. le conoidi
10. le cicloidi
11. epicicloide
12. ipocicloide
13. cardioide
14. le coniche (ellisse, parabola, iperbole)

I PROFILI

Generalità

La conoscenza dei profili hanno una parte importante per la rappresentazione architettonica, perché non è possibile realizzarne archi, superfici, volte e cupole se non si conosce la genesi geometrica e i profili che li generano.

Oltre alla genesi geometrica e costruttiva è molto importante la configurazione spaziale con la realizzazione delle rappresentazioni classiche e computerizzate.

L'interessamento è rivolto alle generatrici e direttrici di quelle superfici, strutture più utilizzate in architettura classica e moderna.

I profili più frequenti in architettura sono: la linea retta, mista e curva.

Com'è noto i metodi della geometria descrittiva permettono lo studio delle superfici, delle volte ecc. diventa una rigorosa ricerca delle forme da rilevare attraverso le sezioni importanti delle architetture, se si applica contestualmente regole della geometria e procedimenti di rappresentazione automatica, si ottiene sia le proiezioni ortogonali sia la proiezione assometrica eseguendo il modello 3D di quei sistemi voltati.

E' importante la conoscenza delle linee rette piane e i loro movimenti.

Linee piane e sghembe Definizioni e genesi

Si chiama linea la figura geometrica generate da un punto che si muove, il movimento può avvenire nel piano o nello spazio, tale moto segue precise leggi:

la linea è detta piana se i suoi punti sono complanari,

la linea è detta sghemba o gobba o a doppia curvatura se i suoi punti non sono complanari,

Una linea piana particolare è la retta, in quanto i suoi punti sono allineati, questa è detta retta euclidea.

Sono linee curve piane, quelle ottenute dall'intersezione di superfici curve a semplice o doppia curvatura con un piano, (in casi particolari es. cilindro con piano parallelo all'asse si ottiene due rette, cioè una linea chiusa all'infinito).

Sono linee curve sghembe, quelle ottenute dall'intersezione di due superfici curve a semplice o doppia curvatura, (casi particolari si hanno comunque linee piane es. cono circolare retto intersecato da un cilindro circolare retto con asse coincidente). Fig.2, 3, 4, 5



Fig. 2

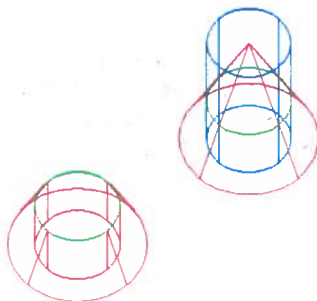
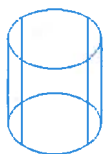


Fig. 3

Queste curve sono state applicate frequentemente nell'architettura classica, le ritroviamo negli intradossi delle coperture a volta, oppure nelle architetture moderne utilizzate nelle grandi coperture ponti ecc.



Fig. 4

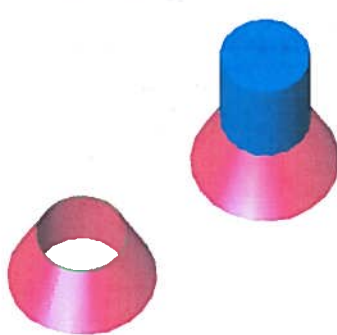


Fig. 5 Cono circolare retto

intersecato da un cilindro circolare retto con asse coincidente,

La retta si definisce considerando la genesi dinamica di una linea con il moto del punto generatore uniforme che non cambia di direzione, sia nel piano sia nello spazio, questa si definisce tuttavia come il più breve percorso tra due punti. (porzione di retta, segmento)

Viene definita **geodetica** la linea più breve tra due punti K, Y di una superficie, possiamo definire la geodetica del piano e appunto la retta; la geodetica della sfera e l'arco di cerchio massimo passante per K e Y e appartenenti alla superficie della sfera. Fig. 6

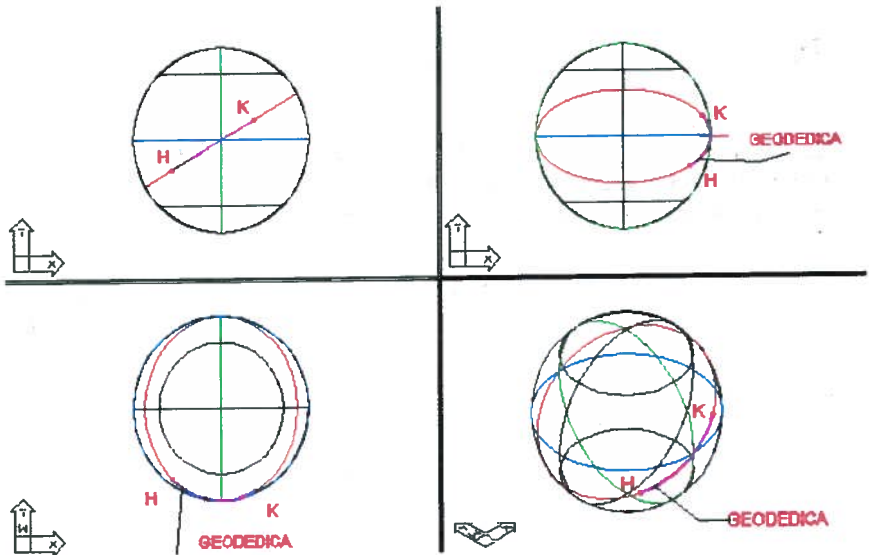


Fig. 6 Proiezioni ortogonali e assonometriche della sfera. Con il colore nero è rappresentato il contorno apparente in seconda immagine della sfera; con il colore blu, il contorno apparente in prima immagine; con il colore verde, il contorno apparente in terza immagine, la geodetica H,K, è rappresentata dal colore magenta. La geodetica è il minor percorso eseguito sulla superficie della sfera, si ottiene con un piano che contiene sia il punto H,K, e il centro della sfera (meridiano)

La geodetica di un cono circolare retto è una curva gobba detta *elica conica*, oppure un arco di ellisse, se K e Y appartengono alla superficie conica e a un piano ortogonale alla generatrice è la mediana tra i punti K e Y, la cui sezione con il cono è una ellisse; o infine un segmento di retta se K e Y appartengono alla stessa generatrice. Fig.8

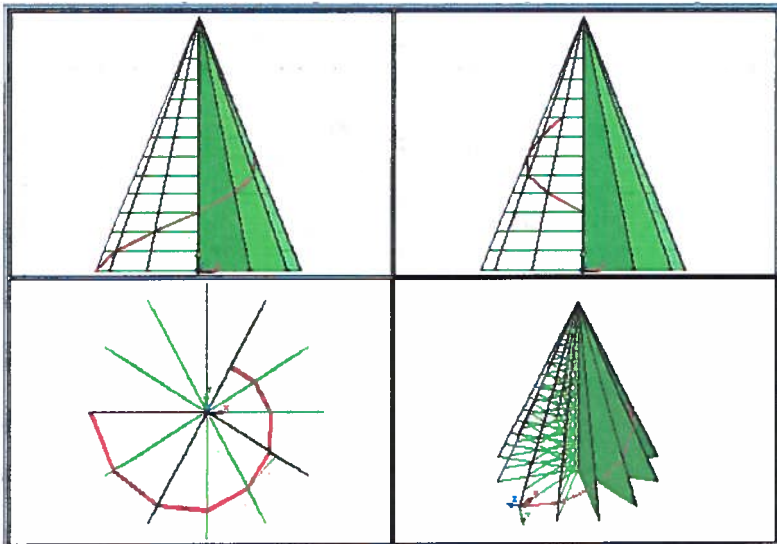
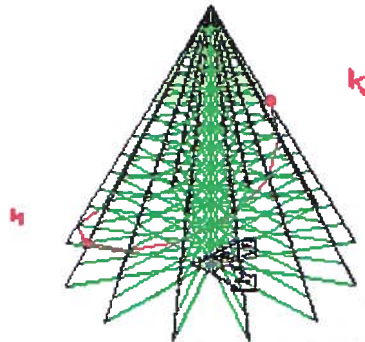


Fig. 7 Proiezioni ortogonali e assometriche per la costruzione in 3D dell'elica sviluppata sul cono.



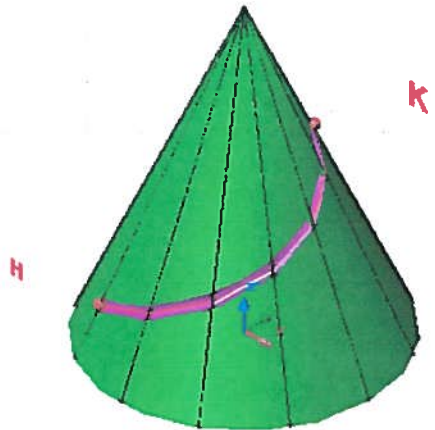
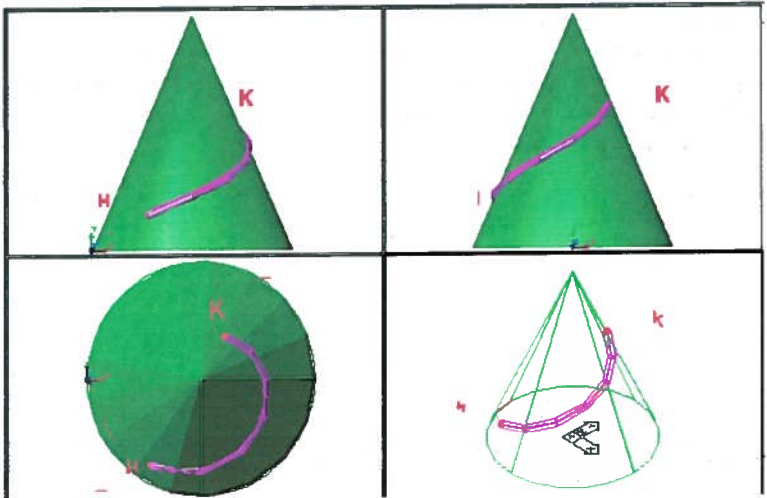


Fig. 8 Proiezioni ortogonali e assonometriche della geodetica di un cono.

La geodetica di un cilindro circolare retto è una curva gobba detta *elica cilindrica*, oppure diventa un cerchio un arco d'ellisse, se K e Y appartengono alla superficie cilindrica e a un piano generico Fig.9, 10

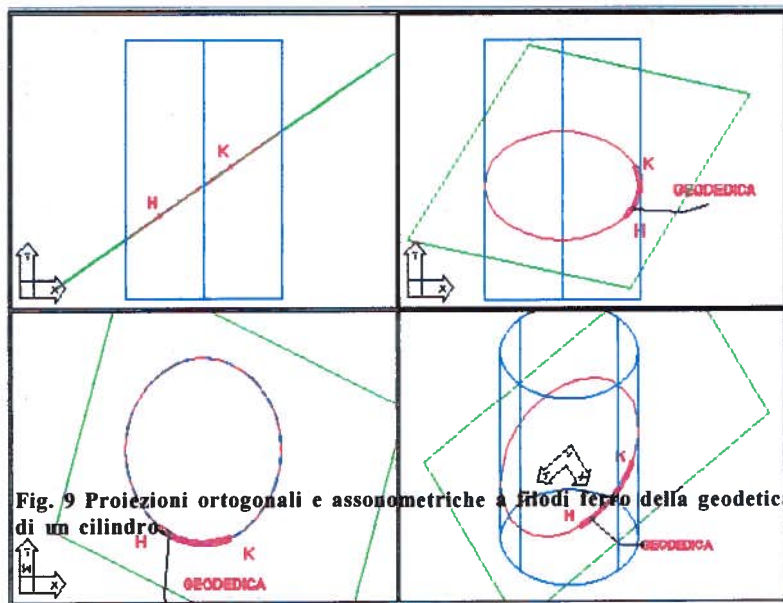


Fig. 9 Proiezioni ortogonali e assometriche a filodi ferro della geodetica di un cilindro

La geodetica diventa un arco di cerchio, se K e Y appartengono sia alla superficie cilindrica sia a un piano ortogonale all'asse la sezione con il cilindro; infine diventa un segmento di retta se K e Y appartengono alla stessa generatrice.

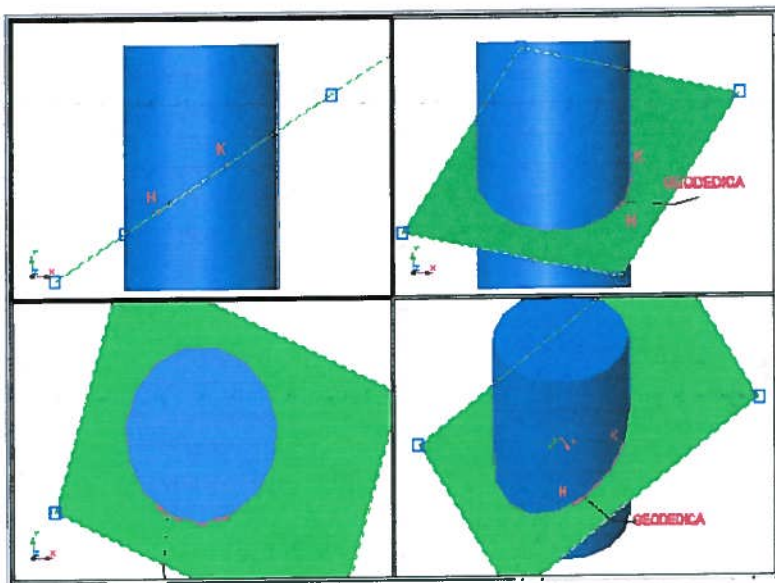
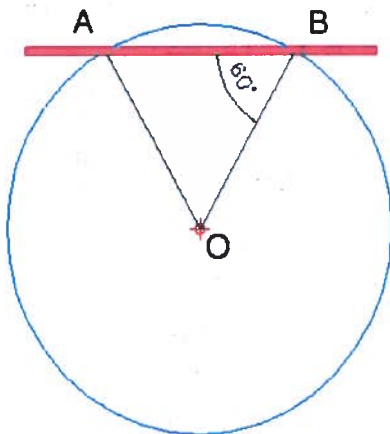


Fig. 10 Proiezioni ortogonali e assonometriche della geodetica di un cilindro.

La tangente a una curva è quella *retta passante per un punto della curva e avente una direzione*, cioè quella retta che ha un punto di contatto con la curva.

SECANTE



Preso una linea curva o nel piano o nello spazio se questa ammette una tangente in ogni suo punto, questi si definiscono punti singolari: se il punto mobile, nel descrivere la curva, passa due (o più) volte per una stessa posizione del punto P, prende il nome di punto doppio (o multiplo); ancora due tangenti ammette la curva nel punto doppio anche se il secondo passaggio segue immediatamente il primo, se il punto cioè cambia bruscamente la direzione del moto: si definisce punto regresso o cuspide o punto stazionario se tale direzione della linea viene invertita, in esso la curva ammette una sola tangente.

La tangente doppia o multipla a una curva si ha quando durante il moto del punto il movimento della tangente tocca la curva due volte (o più volte); e se la retta cambia la direzione invertendola come senso di rotazione prende il nome di tangente d'inflessione e il punto di tangenza si definisce punto di flesso della curva.

Relazione tra circonferenza e la tangente in un punto

Data una circonferenza \odot di centro O e due suoi punti A e B, la retta congiungente AB è definita secante. Fig. 11

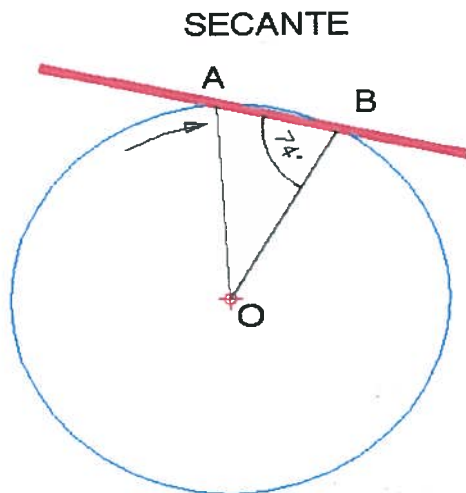


Fig.11 e 12 Ricerca della retta tangente alla circonferenza

Si può notare che l'angolo $OB \wedge A$ è acuto.

L'angolo $OB \wedge A$ diventa più ampio se il punto A si muove sulla circonferenza si avvicina al punto B, se il punto A coincide con il punto B l'angolo $OB \wedge A$ diventa un angolo retto, il punto B è il punto appartenente alla circonferenza e alla retta tangente in quel punto.

Si definisce *tangente ad una circonferenza* la retta che tocca la circonferenza in un solo punto.

Si definisce *punto di contatto* quel punto B di tangenza. Fig.13

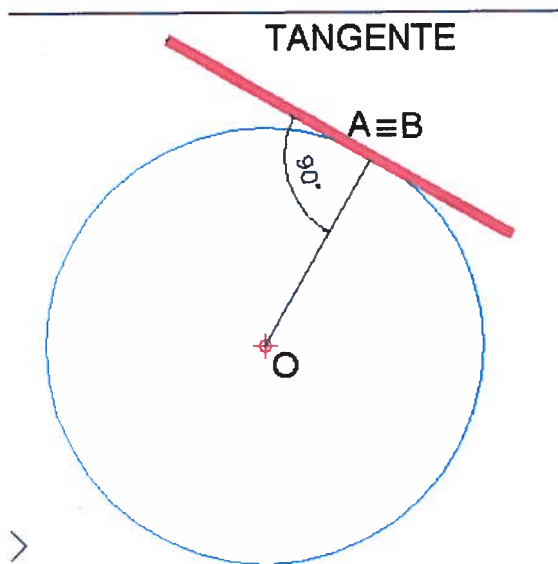


Fig.13 Tangente alla circonferenza

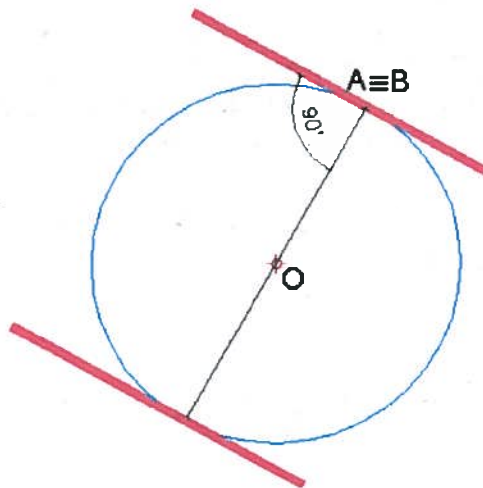


Fig.14 Tangente alla circonferenza

Alcune proprietà delle tangenti, sono:

1. le tangenti sono perpendicolari al diametro che passano per i punti di contatto della circonferenza .
2. Due tangenti in due punti diametralmente opposti sono parallele. Fig. 14
3. Due tangenti a una circonferenza e contenenti entrambe un punto C esterno si ottengono rappresentando tracciando tre rette passanti per C e intersecanti la circonferenza, determinando così sei punti, che uniti tra loro da segmenti 1,5; 2,4 e 5,3; 6,2 determinano due punti H,K che uniti da una retta determina due punti X,Y d'intersezione con la circonferenza, i punti X e Y risultano essere i *punti di contatto* delle rette passanti per C e tangenti alla circonferenza. Fig. 15. Questa costruzione grafica è applicabile anche all'ellisse. Fig. 16

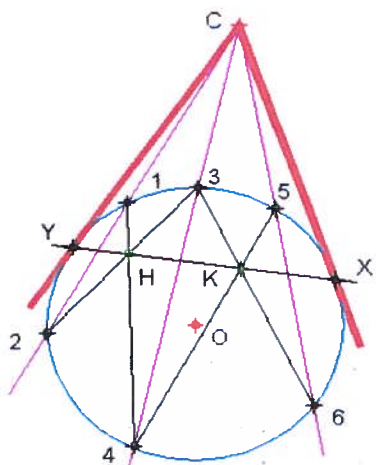


Fig. 15 Due tangenti ad una Circonferenza

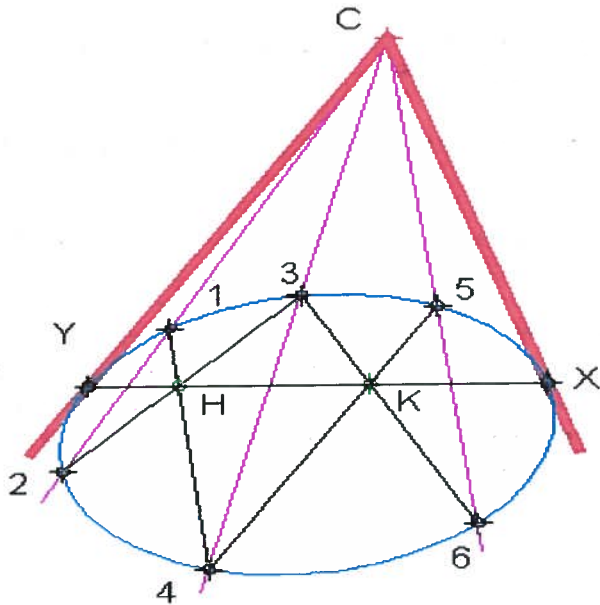


Fig. 16 Due tangenti ad un' ellisse

4. Due tangenti a una circonferenza e contenenti entrambe un punto C esterno si ottengono rappresentando la retta passante per C e il centro O della circonferenza determinando i punti X e Y come punti di contatto e comuni tra la circonferenza di centro O e una nuova circonferenza con centro M nel punto medio del segmento CO . Fig. 16

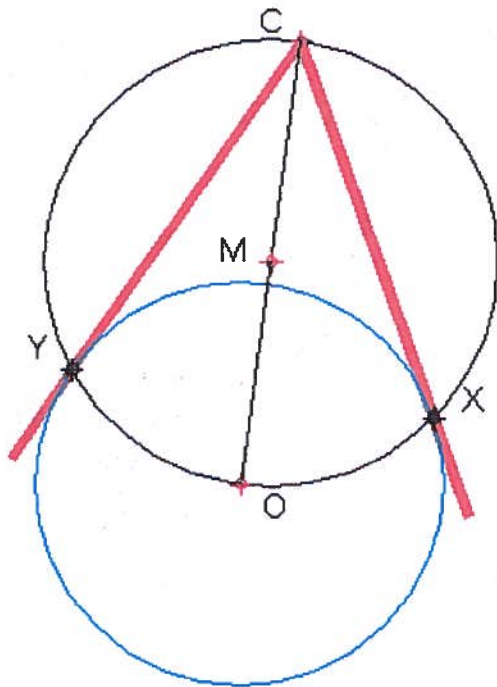


Fig. 17

Tangenti ad una curva generica.

La tangente ad una curva generica è la retta che unisce due punti coincidenti della curva. Fig 18

Continuità di una linea curva.

Una linea curva si dice continua se in ogni suo punto ammette una sola tangente. Fig 18

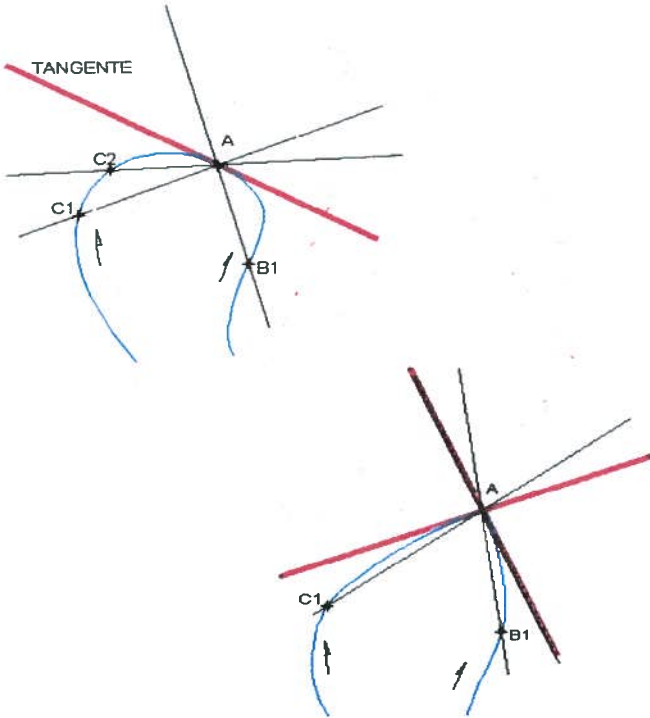


Fig. 18 e 19

Data una linea curva piana, questa e detta *continua* perché i punti sia da destra (punto A) che da sinistra (punto C1) avvicinandosi al punto B1 si ottiene una sola tangente nel momento in cui i tre punti A,C1,B1, vengono a coincidere.

Data una linea curva piana, questa e detta *discontinua* perché i punti sia da destra (punto A) che da sinistra (punto C1) avvicinandosi al punto B1 si ottiene due tangenti nel momento in cui i tre punti A,C1,B1, vengono a coincidere, il punto in questo caso è definito come *punto doppio*. Fig 19

Linee curve piane e figure formate da archi

Di curve piane n'esistono molte ma ci sono alcuni tipi di particolare interesse per l'architettura come:

Gli ovali

Le spirali

Le curve trigonometriche

Le policentriche

Le cicloidi

Le spirali

Le coniche

Gli ovali sono figure chiuse formate da quattro o più archi di circonferenza uguali a due a due.

Le spirali sono curve piane aventi la proprietà comune di descrivere, intorno a un punto fisso detto polo, infatti i giri regolari determinate da funzioni, ed i punti delle quali si allontanano sempre di più dal polo.

Le linee trigonometriche sono le curve rappresentative delle funzioni stesse, è formata da punti che hanno per ascissa la lunghezza di un arco di circonferenza di raggio unitario e per ordinata un segmento proporzionale al seno di detto arco.

Le policentriche sono curve raccordate con archi di circonferenze di raggi diversi aventi le tangenti comuni nei punti in cui cambiano la curvatura.

le cicloidi sono generate dal moto composto di rotazione e di traslazione di un punto con direzione della traslazione costante.

Le spirali e le cicloidi sono generate dal moto composto di rotazione e di traslazione di un punto con la direzione della traslazione variabile in modo radiale

Le coniche si ottengono come sezioni di un piano con un cono circolare; oppure, determinando la genesi, ovvero proiettando il cerchio (direttrice) dal vertice del cono su di un piano, la conica si può considerare come proiezione del cerchio, non meno importante è la determinazione attraverso la trasformazione omologica di una circonferenza.

Prima di affrontare la rappresentazione di queste linee curve è indispensabile procedere con la illustrazione dei procedimenti per la costruzione dei raccordi.

I raccordi sono degli archi di circonferenza che permettono il passaggio graduale e con continuità da una direzione all'altra senza ottenere vertici. Con il disegno automatico il raccordo avviene automaticamente solo in alcuni casi molto semplici, è bene rappresentare lo sviluppo grafico di alcuni raccordi.

Date due rette a , b , formanti un angolo Φ , raccordare fra loro con un arco di circonferenza.

Si traccia la bisettrice dell'angolo, poi assegnato il valore del raggio dell'arco e lo si posiziona nell'intersezione delle date V , con una retta perpendicolare a una delle due rette assegnate, costruito il parallelogramma si trasferisce il valore del raggio nel punto sulla bisettrice, poi si rappresenta un arco di cerchio con centro nell'intersezione delle due rette punto A , si determina così il centro dell'arco di circonferenza del raccordo.

Fig. 20 e 21

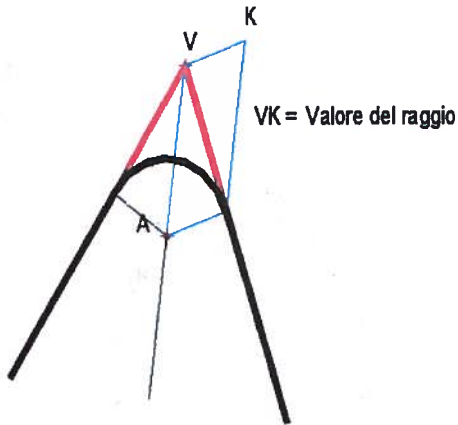
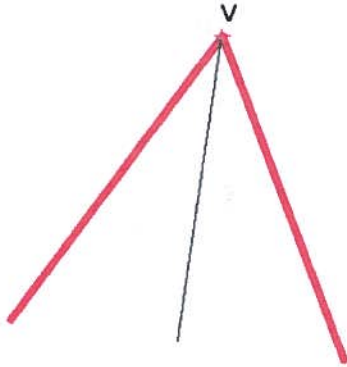
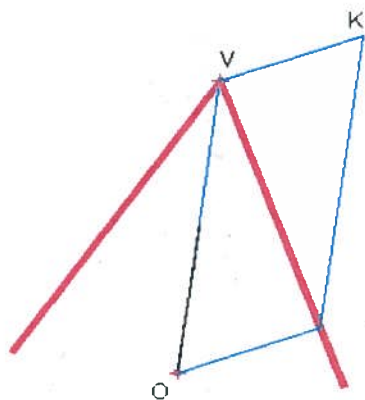


Fig. 20

Fig. 21

Date due rette a, b, formanti un angolo φ , raccordare fra loro con un arco di circonferenza opposto all'angolo.

Si procede nello stesso modo del raccordo precedente.



VK= Valore del raggio

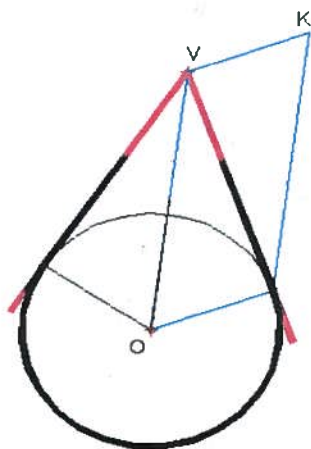


Fig. 22

Fig. 23

Date tre rette a, b, c, formanti due angoli γ , φ , raccordare fra loro con un arco di circonferenza comune ad esse. Fig. 23 24

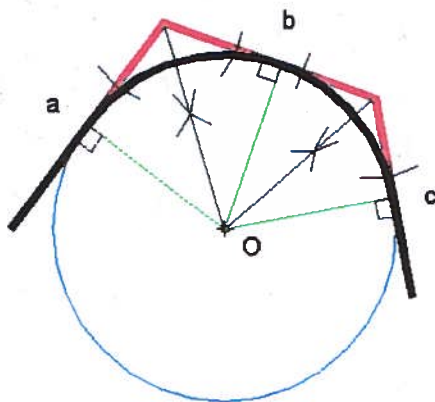
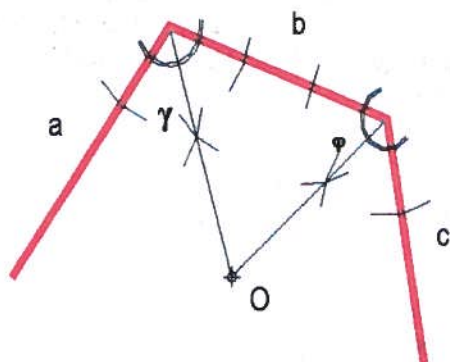


Fig. 23 e 24

LE POLICENTRICHE

Si chiama linea policentrica quelle curve raccordate per successione di archi di circonferenze di raggi diversi aventi le tangenti comuni nei punti in cui cambiano la curvatura oppure, tipo di curva che si ottiene da porzioni di circonferenze, aventi posizione simmetrica rispetto a diametri massimo e minimo tra loro ortogonali. Il risultato è una figura a doppia simmetria. Se si chiama "d" la distanza tra i centri, si ottengono le seguenti possibilità:

- 1) $d > 2R$
- 2) $d < 2R$
- 3) $d = 2R$

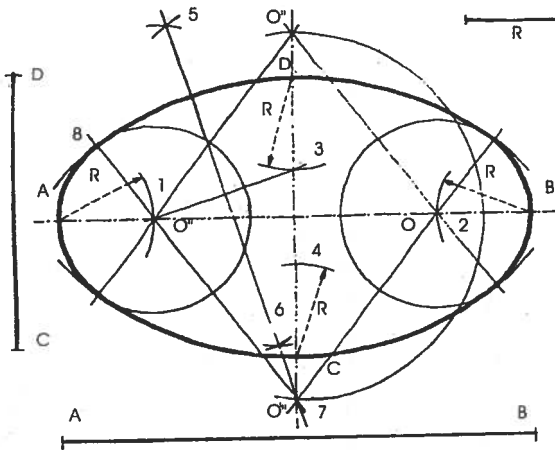


Fig. 25

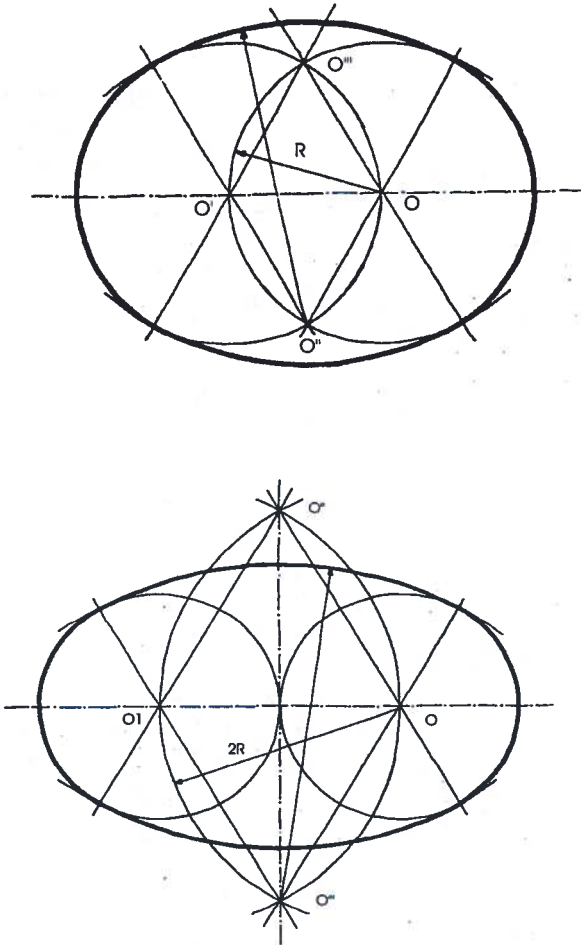


Fig. 25 26

GLI OVALI

Curva composta da archi di circonferenze, aventi una collocazione simmetrica rispetto a un asse del diametro maggiore. Si stabilisce il centro del primo arco che insiste sul diametro minore con una distanza dall'estremo del diametro maggiore, pari alla sua metà del diametro minore, la parte superiore dell'ovulo risulta composta sempre da una semicirconferenza.

Si possono elencare diversi tipi di ovuli:

- 1) OVULO = 2 ASSI + R MINORE
- 2) OVULO = 2 ASSI
- 3) OVULO = 2 ASSI + R MAGGIORE

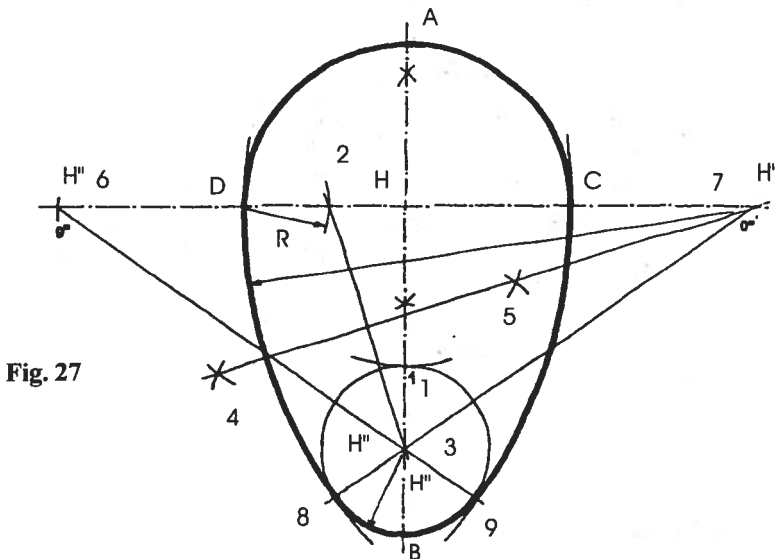


Fig. 27

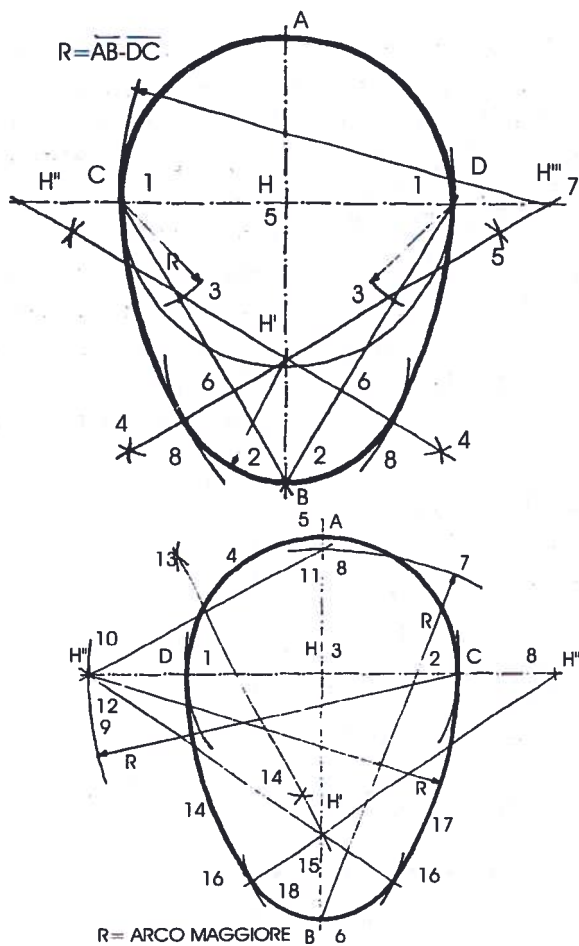


Fig. 28

LE CONICHE

Data una superficie conica a due falde di vertice V e la direttrice φ , quale cerchio appartenente a un piano π e un piano generico α si determina una sezione φ' sul piano generico α , se si considera un piano parallelo a α passante per il vertice (e lo chiameremo alfa con asterisco α^* , si determina con questa conformazione una prospettiva di centro V ed asse la retta r determinata dall'intersezione del piano generico α con il piano π , inoltre si determina la retta limite RL dalla intersezione del piano α^* con il piano π . Si determina una proiezione dal centro V di φ di π all'immagine di φ' sul piano α e viceversa, presso un punto P sulla generatrice α , si nota che la sua proiezione da V determina un solo punto P' sulla α' , i punti P e P' rappresentano una sola retta detta retta proiettante passante da V e rappresenta nel cono la generatrice.

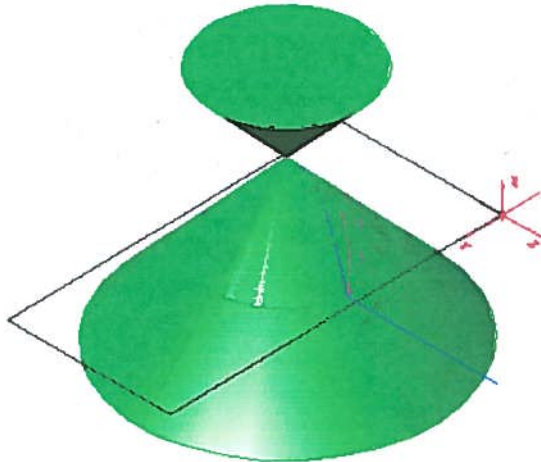


Fig. 29 Superficie conica a due falde di vertice V e la direttrice φ .

Si osserva che se il punto P descrive una circonferenza il punto P' rappresenta una linea curva chiusa che rappresenta una conica, le coniche possibili sono: l'ellisse, la parabola, l'iperbole, in casi particolari sono il cerchio φ' , nei casi degeneri si ottiene il punto V o due rette passate per V, oppure una retta r generatrice.



Fig. 30 Superficie conica a due falde. Rappresentazione assonometrica dell'ellisse ottenuta sul piano di sezione e poi ribaltata. analisi della vera grandezza mediante ribaltamento omologico

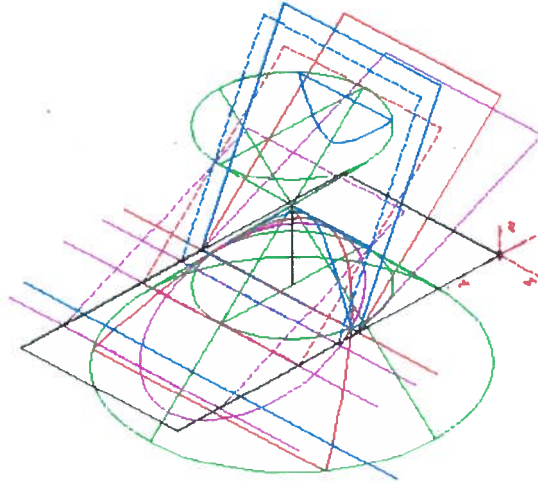


Fig. 31 Superficie conica a due falde. Rappresentazione assonometrica delle sezioni coniche ellisse parabola iperbole relazione tra la traccia del piano di sezione e la direttrice del cono (entità complanari)

1 - il piano generico color magenta di segno continuo determina una ellisse

il suo parallelo passante per il vertice di color magenta e segno tratteggiato ha la traccia **esterna** alla direttrice

2 - il piano generico color rosso di segno continuo determina una parabola

il suo parallelo passante per il vertice di color rosso e segno tratteggiato ha la traccia **tangente** alla direttrice

3 - il piano generico color blu di segno continuo determina una iperbole

il suo parallelo passante per il vertice di color blu e segno tratteggiato ha la traccia **tangente** alla direttrice

- Ellisse -

questa conica si ottiene dall'intersezione del piano α con il cono (φ'), se ne deduce dalla conoscenza, o considerando la retta determinata dal piano α^* con π oppure conoscendo gli angoli del piano α' passante per V rispetto a una generatrice e dello stesso piano con all'asse a del cono.

Data una circonferenza φ , e la retta RL ottenuta dall'intersezione del piano α^* con il piano π , è possibile sapere se la conica è un'ellisse, infatti se la RL è *esterna* alla circonferenza φ la sezione conica sul piano α è un'ellisse, la quale è determinabile sia come intersezione del piano α con il cono, oppure come prospettiva cioè una corrispondenza biunivoca fra punti di π e α , la quale costruita con operazione di proiezione e un'operazione di sezione. Si dice che fra due rette a e a' di π e α^* intercede una prospettiva quando esiste una corrispondenza biunivoca fra i loro punti.

dato un cono e un del piano α^* è possibile sapere se la conica è un'ellisse, se il piano α^* con l'asse a forma un angolo maggiore rispetto a quello formato dall'asse a e una generatrice del cono.

RL è esterna alla circonferenza φ si ottiene l'ellisse

l'angolo α^* con l'asse a > è dell'angolo fra l'asse a e una generatrice si ottiene l'ellisse.

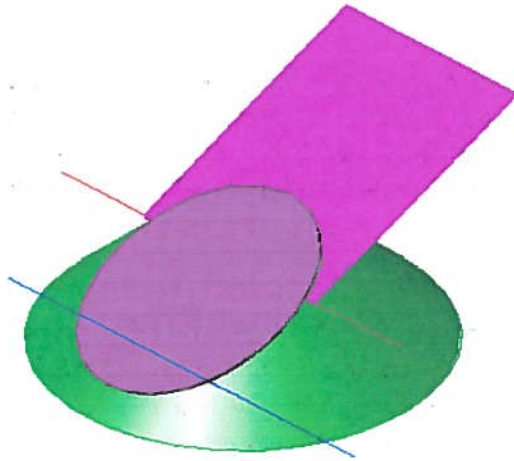


Fig. 31

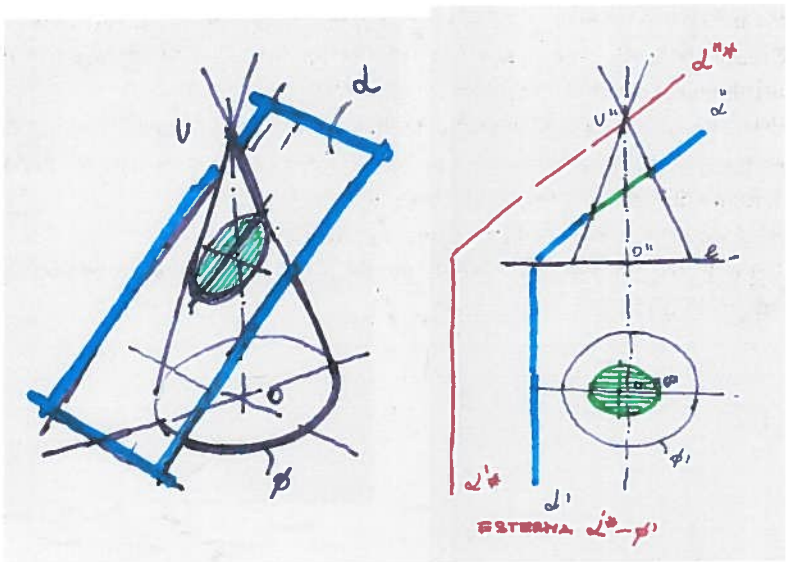


Fig. 32 33

- Parabola -

questa conica si ottiene dall'intersezione del piano α con il cono (φ), anche in questo caso se ne ha conoscenza, o considerando la retta determinata dal piano α^* con π oppure conoscendo gli angoli del piano α' passante per V rispetto a una generatrice e dello stesso piano con all'asse a del cono.

Data una circonferenza φ , e la retta RL ottenuta dall'intersezione del piano α^* con il piano π , è possibile sapere se la conica è un'ellisse, infatti se la RL è *tangente* alla circonferenza φ la sezione conica sul piano α è una *parabola*, la quale è determinabile sia come intersezione del piano α con il cono, oppure come prospettiva cioè una corrispondenza biunivoca fra punti di π e α , la quale costruita con operazione di proiezione e un'operazione di sezione. Si dice che fra due rette a e a' di π e α^* intercede una prospettiva quando esiste una corrispondenza biunivoca fra i loro punti. Dato un cono e un del piano α^* è possibile sapere se la conica è una *parabola*, se il piano α^* con l'asse a forma un angolo uguale rispetto a quello formato dall'asse a e una generatrice del cono.

RL è tangente alla circonferenza φ si ottiene la parabola

l'angolo α^* con l'asse a = è dell'angolo fra l'asse a e una generatrice si ottiene la parabola

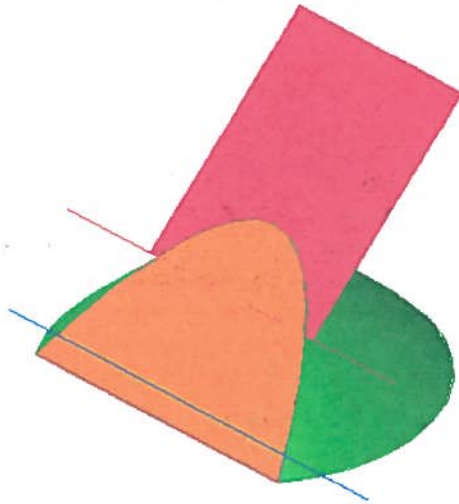


Fig. 34

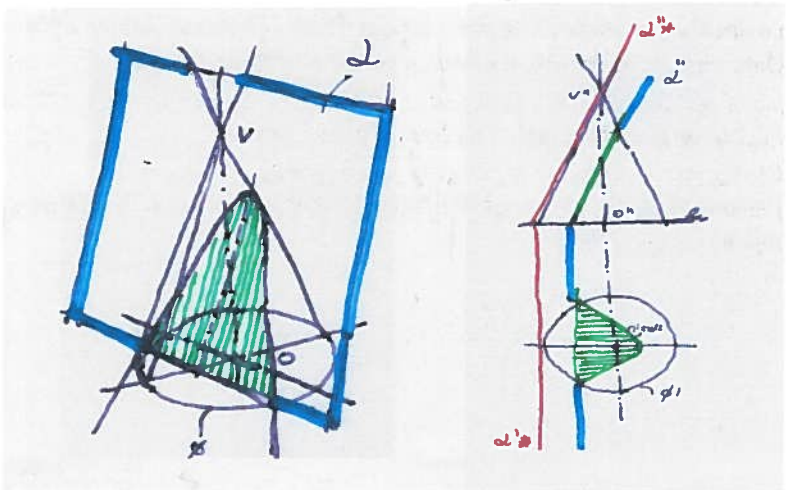


Fig. 35 36

Data una circonferenza ϕ , e la retta RL ottenuta dall'intersezione del piano α^* con il piano π , è possibile sapere se la conica è una circonferenza, infatti se la RL è l'asse r sono *all'infinito* e i piani sono coincidenti (- piano α proiettante-) la sezione conica sul piano α è *un Punto* determinabile sia come intersezione del piano α con il cono, oppure come prospettività cioè una corrispondenza biunivoca fra punti di π e α .

Dato un cono e un del piano α^* è possibile sapere se la conica è *un Punto*, se il piano α^* con l'asse a forma un angolo di 90° e il piano α è coincidente α^* .

RL è *all'infinito* e il piano α è coincidente α^* . si ottiene il punto

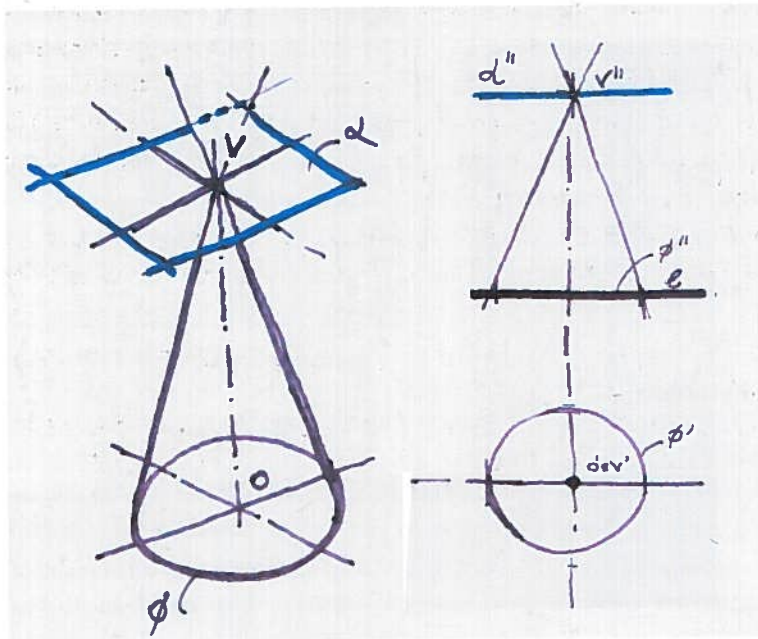


Fig. 42 43

se l'angolo è di 90° fra il piano α^* coincidente con α con l'asse a si ottiene il punto

Due rette passanti per V

- Rette - questa conica degenera si ottiene dall'intersezione del piano α con il cono (φ), anche in questo caso se ne ha conoscenza, o considerando la retta determinata dal piano α^* e α sono coincidenti e letti sul piano π oppure conoscendo gli angoli del piano α^* e α sono coincidenti passante per V rispetto a una generatrice e dello stesso piano con all'asse a del cono.

Data una circonferenza φ , e la retta $RL \equiv r$ ottenuta dall'intersezione del piano α^* con il piano π , è possibile sapere se la conica è rappresentata da due rette, infatti se la RL è l'asse r sono *coincidenti* e se risultano secanti alla circonferenza φ i piani sono sovrapposti (- piano α proiettante-) la sezione conica sul piano α sono due *rette* determinabile sia come intersezione del piano α con il cono.

Dato un cono e un del piano α^* è possibile sapere se la conica è *un Punto*, se il piano α^* con l'asse a forma un angolo di 90° e il piano α è coincidente α^* .

$RL \equiv r$ è e il piano α è coincidente α^* e quest'ultime sono secanti a φ . si ottiene due rette

se l'angolo è di fra il piano α^* coincidente con α con l'asse a è $<$ dell'angolo formato dall'asse a con una generatrice si ottengono due rette.

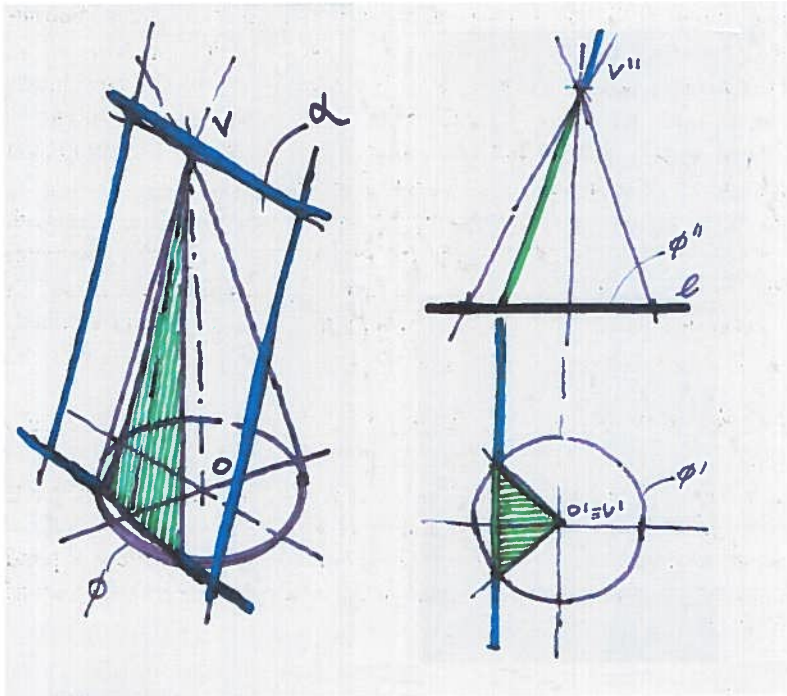


Fig. 44 45

PROBLEMI DI CONTORNO APPARENTE

Contorno apparente di una superficie rispetto a un punto

Si definisce contorno apparente di una superficie o di un solido, quella

linea o insieme di linee e segmenti che circoscrivono e delimitano tale superficie visti in quella rappresentazione nei confronti dello spazio.

Dato in un piano α e una linea curva φ chiusa o composta da linee chiuse, come risulta in generale una sezione piana della superficie di un solido.

Supposto che la linea chiusa sia convessa, e dato un punto P proprio o improprio complanare con la curva φ , ed esterno ad essa.

Possiamo osservare che da P passano infinite rette di cui, molte rette secanti, e molte rette esterne alla curva φ , e due rette a, b, tangenti in due punti distinti A e B. Se si suppone la curva materializzata e opaca, i punti di contatto A e B delle tangenti passanti per P rappresentano i punti di contatto delle tangenti e rappresentano i limiti dell'arco della linea curva φ che un osservatore vede da P.

Da ciò ne deriva che questi punti, sono punti limiti apparenti, essi non solo separano sulla φ l'arco visibile da quello nascosto rispetto a P, ma se si suppone che il punto P sia una sorgente luminosa puntiforme i punti A e B separano l'arco illuminato da quello in ombra.

Si può definire che data una curva convessa e un punto esterno P, i punti di contatto delle tangenti per P sono punti limiti apparenti e punti separatori d'ombra.

Non accade se la φ non è convessa.

PROBLEMI DI APPARTENENZA

Appartenenza di un punto a una linea curva l

Assegnata una linea curva piana o gobba $a = (a', a'')$ e un punto $P = (P', P'')$ di essa, rappresentati in proiezioni ortogonali, le due superfici proiettanti per la a determinano a' su π' e a'' su π'' , mentre per il punto P le due rette proiettanti passanti per P determinano P' su π' e P'' su π'' . Otteniamo che P' sta su a' che P'' sta su a'' .

Perciò le condizioni di appartenenza di un punto a una linea si esprimono in:

un punto appartenente a una linea curva quando le proiezioni del punto appartengono alle proiezioni omonime della linea.

Appartenenza di una linea curva l a una superficie (a semplice curvatura)
Assegnata una superficie $\varphi = (\varphi', \varphi'')$ e una linea curva piana o gobba $a = (a', a'')$, rappresentati in proiezioni ortogonali, le due immagini della superficie, si hanno dei volumi proiettanti per la φ che determinano φ' su π' e φ'' su π'' e definendo la superficie indefinita si determinano le tracce della superficie sui piani di riferimento π', π'' (intersezione dalla superficie con i piani π', π'') mentre per la linea a si determinano a' su π' e a'' su π'' , Otteniamo che a' sta su $t\varphi'$ che a'' sta su $t\varphi''$.

Appartenenza di un punto a una superficie curva

Ricordando l'appartenenza di una retta a un piano, possiamo definire:

Un punto appartiene a una superficie curva quando appartiene a una sezione (linea piana o gobba) della superficie.

IL CONO

Se siamo in presenza di un cono circolare retto è possibile determinare le seguenti sezioni piane: circonferenza, ellisse, parabola, iperbole oppure rette passanti per il vertice del cono, è ovvio che la soluzione più semplice e veloce e soprattutto con massima precisione si ha nel caso si consideri la retta passante per il vertice.

IL CILINDRO

Se siamo in presenza di un cilindro circolare retto è possibile determinare le seguenti sezioni piane: circonferenza, ellisse, oppure rette passanti per il vertice $V \infty$ (posto all'infinito), è ovvio che anche in questo caso la soluzione

ne più idonea per ottenere la massima precisione si ha nel caso si consideri la retta passante per il vertice V_{∞} .

LASFERA

Se siamo in presenza di una sfera è possibile determinare le seguenti sezioni piane: circonferenze massime cioè determinate dalla intersezione della sfera con piani passanti per il centro C della stessa, tali sezioni sono circonferenze meridiane, oppure circonferenze ottenute da piani secanti la sfera però non passanti per il centro C , tali sezioni sono circonferenze dette paralleli.

dere con Pascal o Lisp dove in base a equazioni parametriche della superficie richiesta si ottiene l'immagine, ma lo studio va ben oltre infatti, nasce dalla necessità di conoscere le superfici per potere ipotizzare in modo fotogrammetrico di rilevamento.

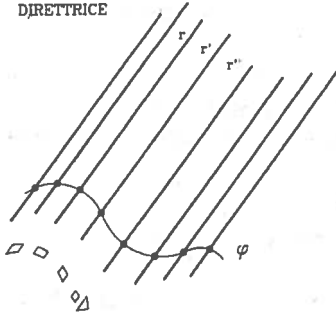
Le rappresentazioni sono state realizzate con programma di grafica Cad operando in 3D e costruendo le superfici con il processo di generazione precedentemente descritto (traslazione o rotazione, costante o variabile, a direzione retta o generica).

Descrizione delle superfici a semplice e doppia curvatura

Le tavole rappresentano le superfici primitive e non le eventuali composizioni, vengono esposte attraverso la classificazione rispetto ai modi di genesi evidenziando sinteticamente la simbologia che la descrivono, inoltre viene riportata l'espressione analitica che la rappresenta.

2005-2006

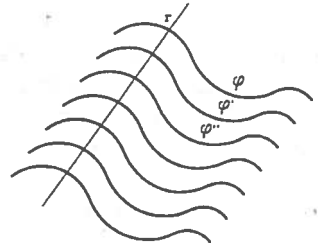
r =RETTE GENERATRICE
 $r/r'/r''...$
 φ =LINEA CURVA
DIRETTRICE



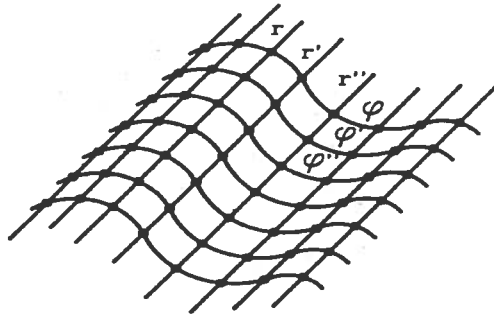
PRIMO MODO DI GENERAZIONE
ROTAZIONE

SUPERFICIE CILINDRICA

φ =LINEA CURVA GENERATRICE,
 $\varphi/\varphi'/\varphi''...$
 r =RETTE DIRETTRICE



SECONDO MODO DI GENERAZIONE
TRASLAZIONE



SOVRAPPOSIZIONE

Fig. 46 47 48

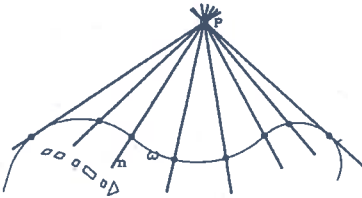
DALLA GEOMETRIA DESCRITTIVA AL DISEGNO AUTOMATICO 2D E 3D

Le Superfici a semplice e doppia curvatura

Arch. Amedeo G. Giusti

2005-2006

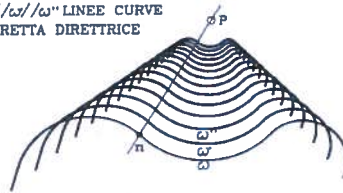
P=PUNTO \in n
 n=RETTA GENERATRICE
 ω =LINEA CURVA
 DIRETTRICE



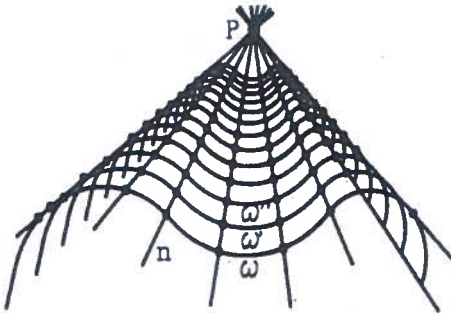
PRIMO MODO DI GENERAZIONE
 ROTAZIONE

SUPERFICIE CONICA

P=PUNTO \in n
 ω =LINEA CURVA GENERATRICE
 ω' =LINEA CURVA
 CAMBIATA DI FORMA
 $\omega''/\omega'''/\omega''''$ LINEE CURVE
 n=RETTA DIRETTRICE



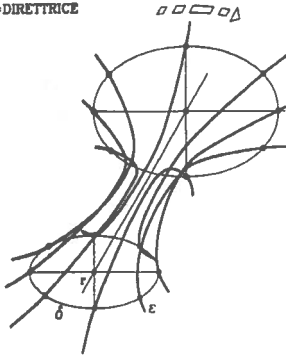
SECONDO MODO DI GENERAZIONE
 TRASLAZIONE



SOVRAPPOSIZIONE

Fig. 49 40 51

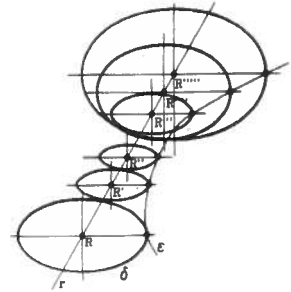
ε = GENERATRICE COSTANTE
 r = RETTA
 δ = DIRETTRICE



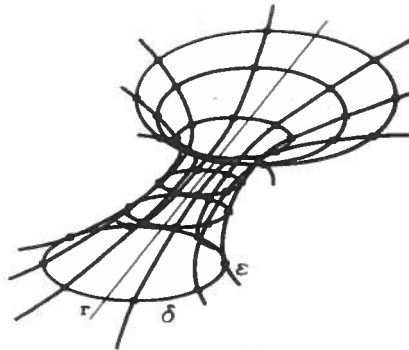
PRIMO MODO DI GENERAZIONE
 ROTAZIONE

SUPERFICIE A DOPPIA CURVATURA

δ = GENERATRICE VARIABILE
 r = RETTA
 ε = DIRETTRICE DI VARIAZIONE
 R = CENTRO DELLA CURVA GENERATRICE

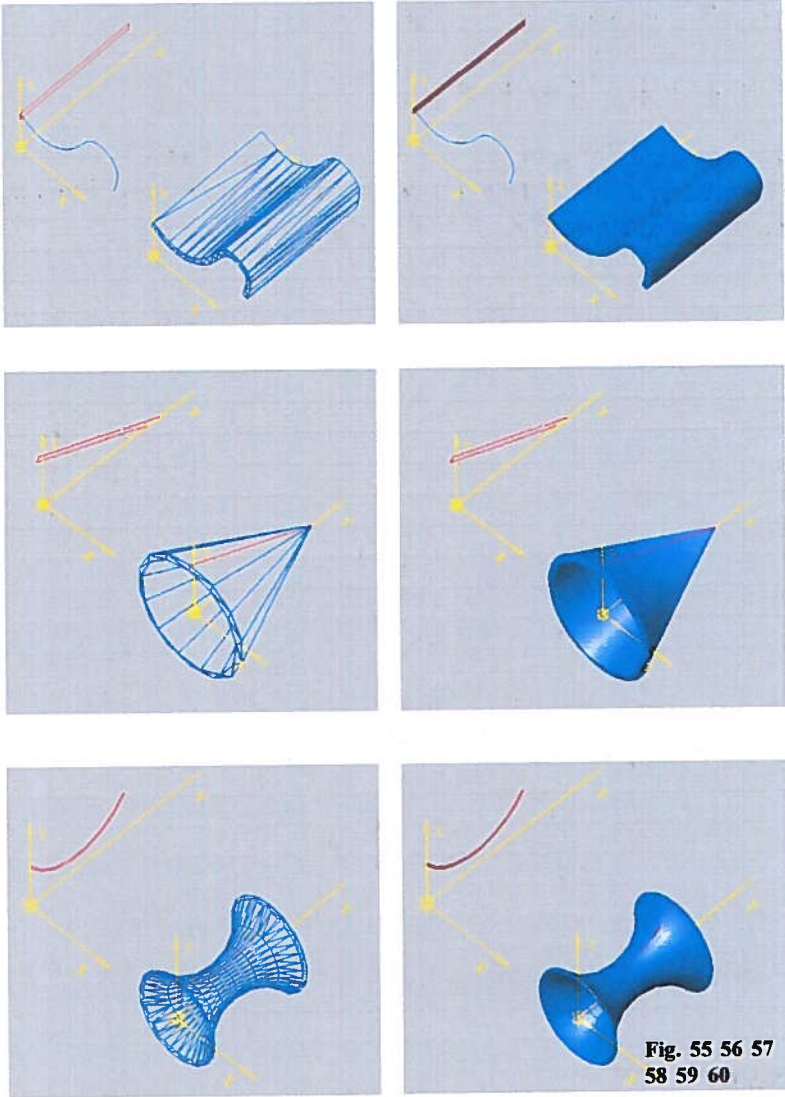


SECONDO MODO DI GENERAZIONE
 TRASLAZIONE



SOVRAPPOSIZIONE

Fig. 52 53 54



SUPERFICI DI ROTAZIONE

Primo Modo di Generazione

1) Porzione di un CILINDRO CIRCOLARE RETTO

Questa superficie è ottenuta attraverso la rotazione di 360° di una retta (segmento) attorno a un'altra retta parallela.

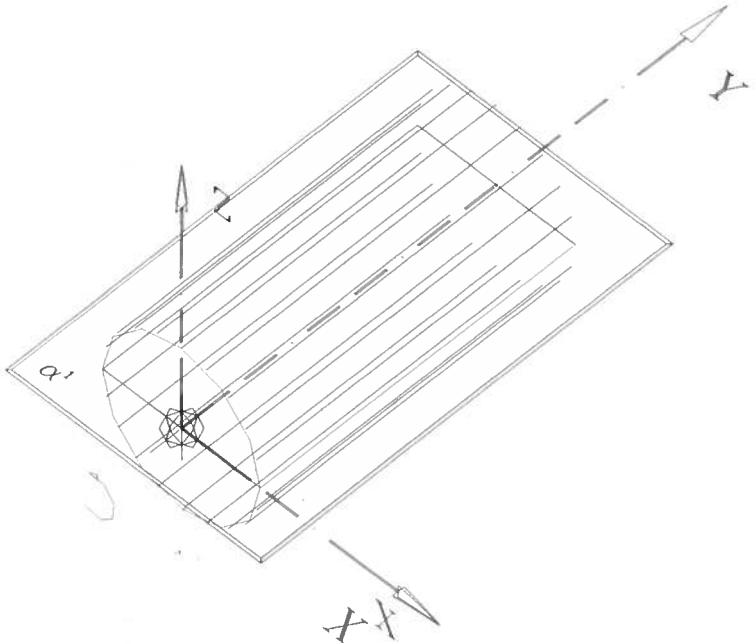


Fig. 61

3) SFERA

Superficie ottenuta attraverso la rotazione di 180° di una circonferenza attorno a un suo asse.

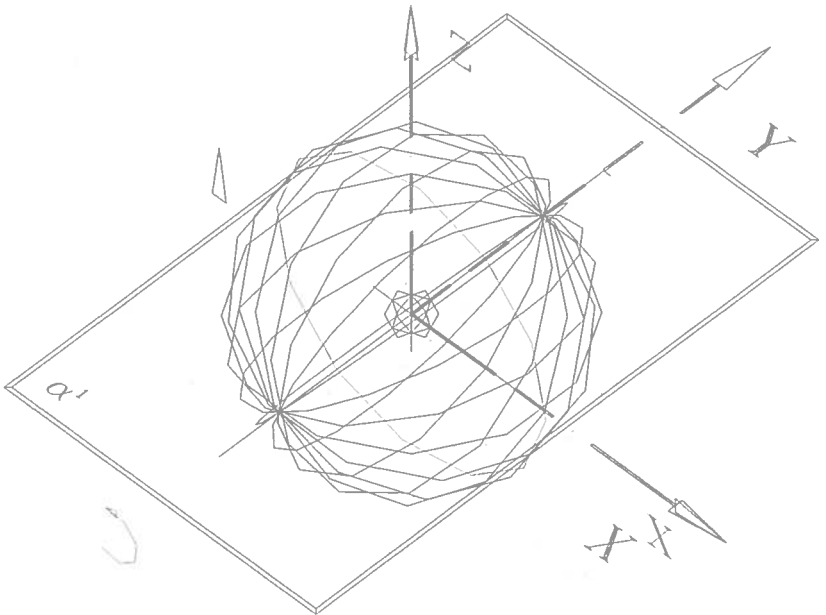


Fig. 63

4) ELLISSOIDE

Superficie ottenuta attraverso la rotazione di 180° di un'ellisse attorno all'asse maggiore.

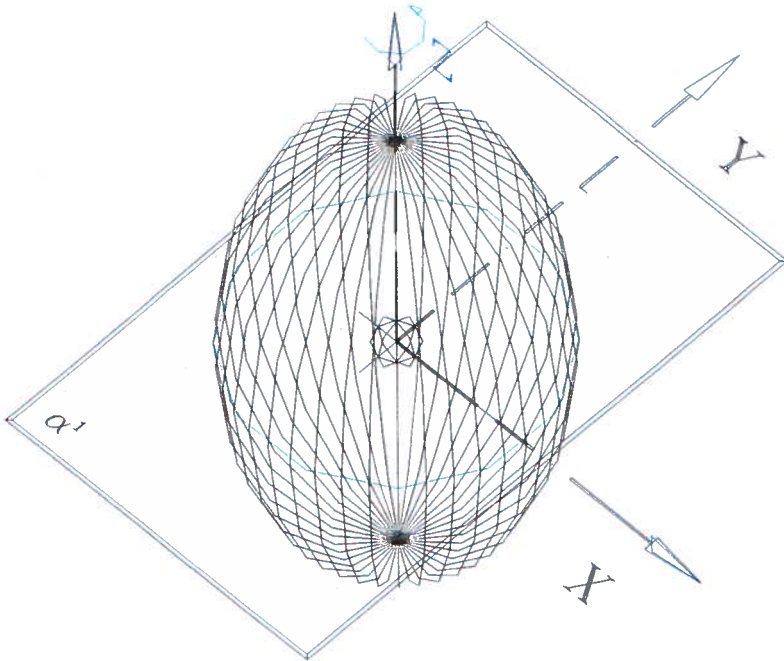


Fig. 64

5) Porzione di un PARABOLOIDE

Superficie ottenuta attraverso la rotazione di 180° di una porzione di parabola attorno al suo asse.

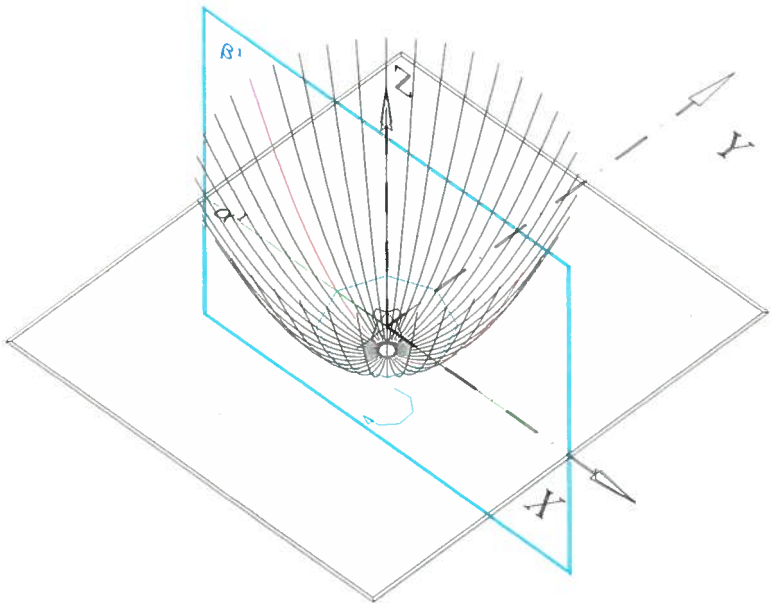


Fig. 65

6) Porzione di un IPERBOLOIDE A DUE FALDE
Superficie ottenuta attraverso la rotazione di 180° di una porzione di iperbole.

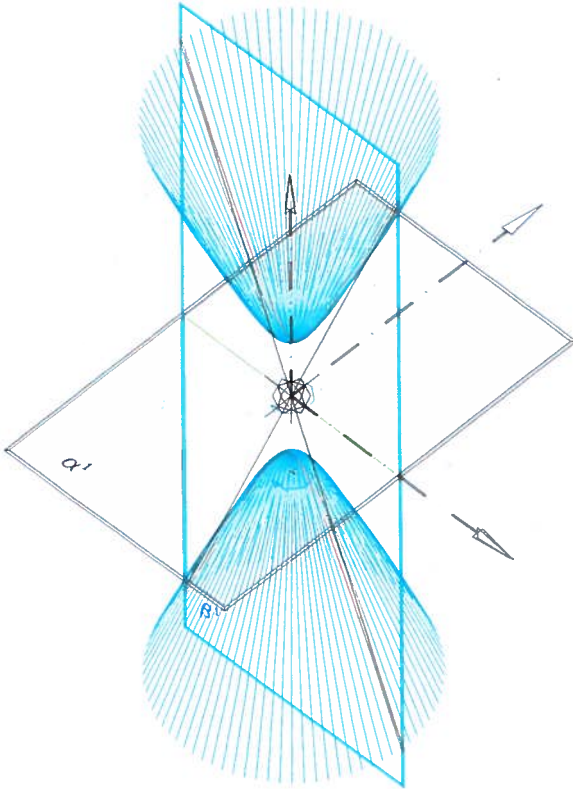


Fig. 65

7) ELLISSOIDE

Superficie ottenuta attraverso la rotazione di 180° di un'ellisse attorno al suo asse minore.

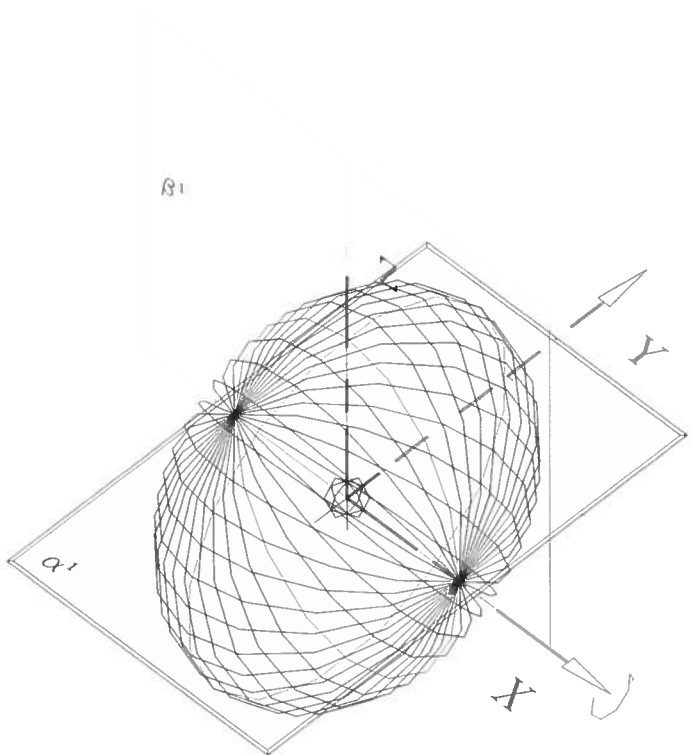


Fig. 66

8) Porzione di una “SUPERFICIE”

Superficie ottenuta attraverso la rotazione di 360° di una porzione di parabola attorno a un asse esterno a essa e perpendicolare all'asse di simmetria.

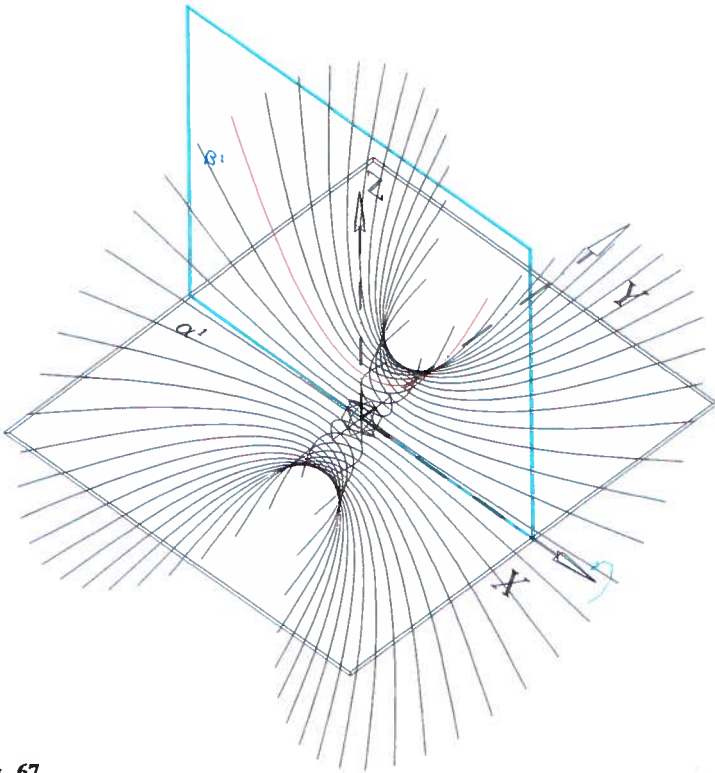


Fig. 67

9) Porzione di IPERBOLOIDE A UNA FALDA

Superficie ottenuta attraverso la rotazione di 180° di una porzione di iperbole attorno a un asse esterno a essa ma perpendicolare a un asse di simmetria.

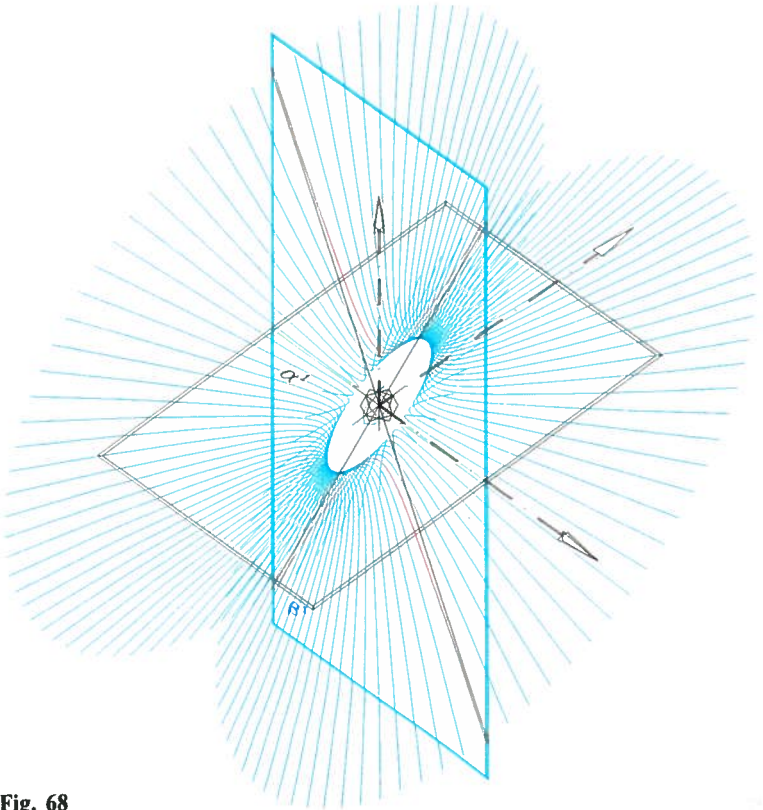


Fig. 68

SUPERFICI DI TRASLAZIONE

Secondo Modo di Generazione

1) CILINDRO CIRCOLARE RETTO

Superficie ottenuta attraverso la traslazione di una circonferenza avente come direzione una retta posta ortogonalmente al piano di giacitura.

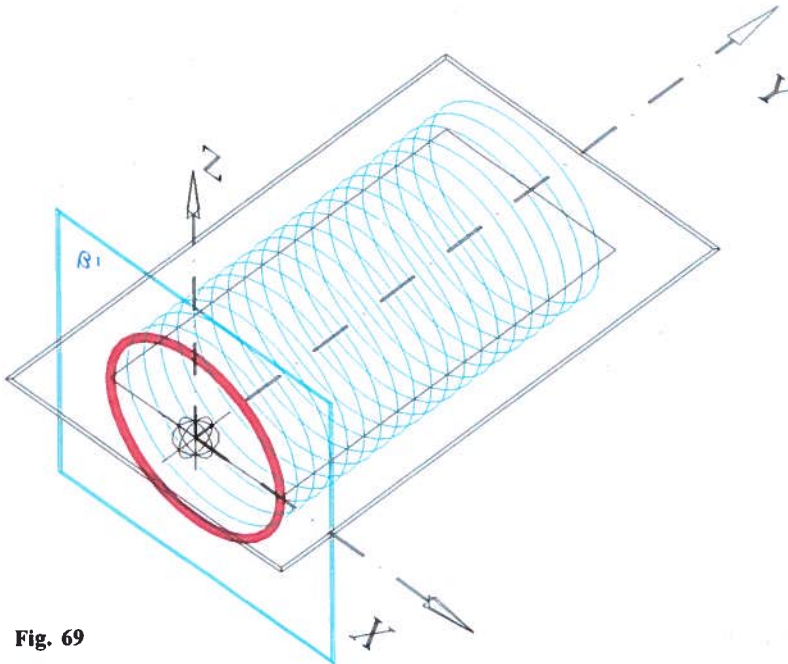


Fig. 69

2) CONO CIRCOLARE RETTO

Superficie ottenuta attraverso la traslazione di una circonferenza variabile in modo proporzionale posta perpendicolarmente al piano di giacitura.

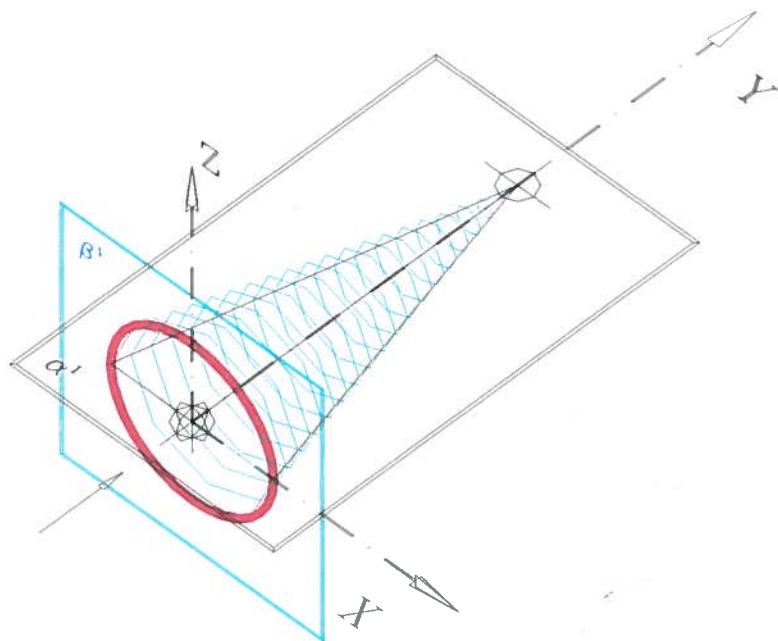


Fig. 70

3) SFERA ELLISSOIDE CIRCOLARE

Superficie ottenuta attraverso la traslazione di una circonferenza variabile in modo da rimanere tangente alle sezioni diametrali (circonferenza o ellisse).

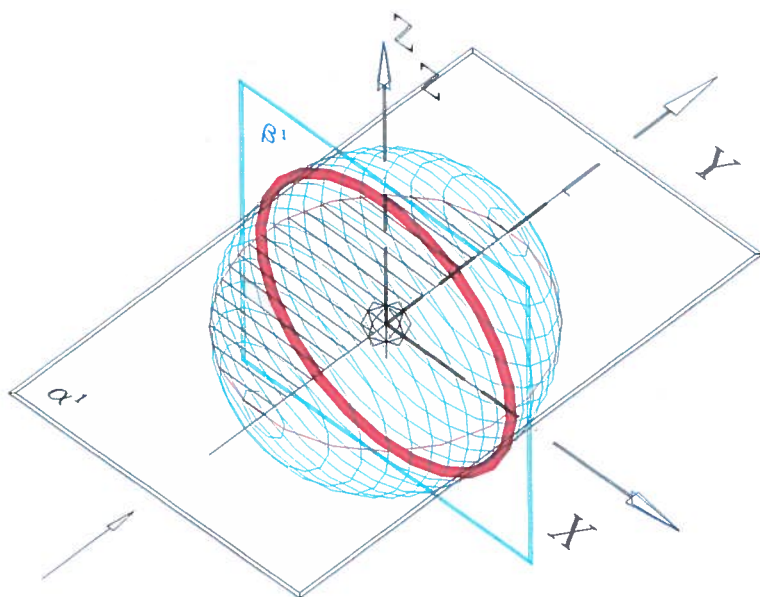


Fig. 71

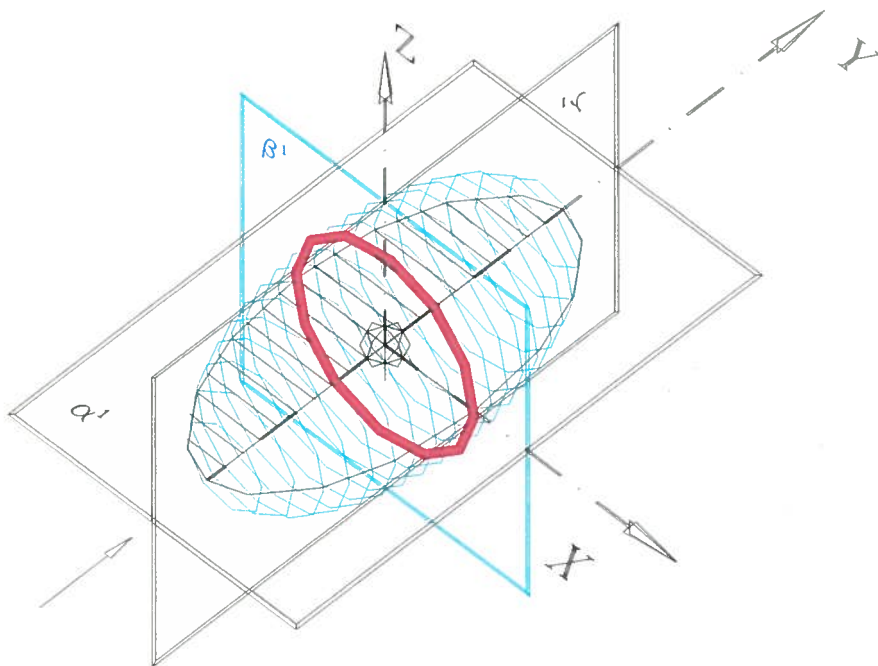


Fig. 72

4) CILINDRO CIRCOLARE OBLIQUO

Superficie ottenuta attraverso la traslazione di una circonferenza avente come direzione una retta posta in modo generico rispetto al piano di giacitura.

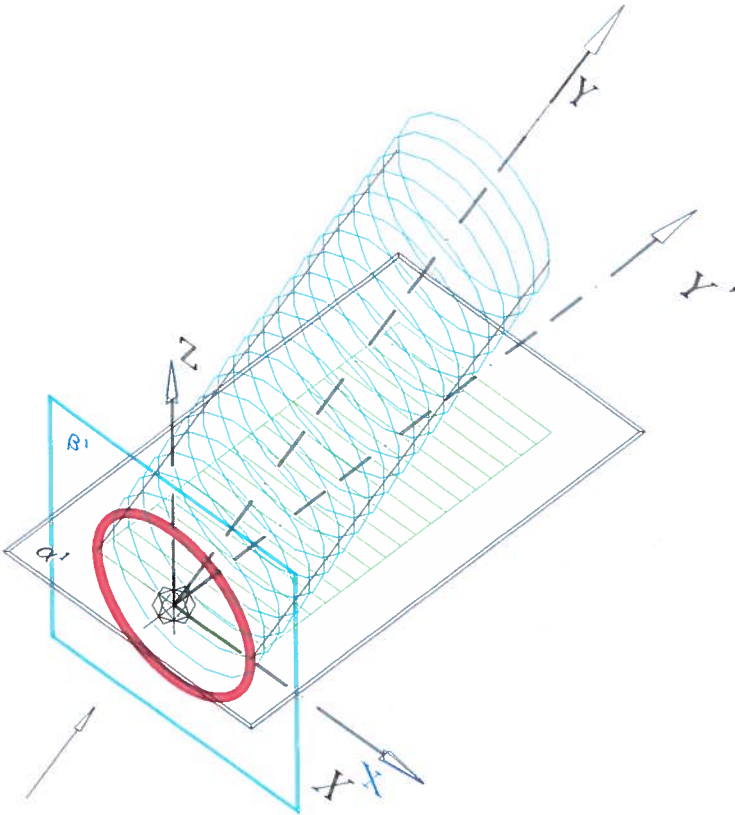


Fig. 73

5) CONO CIRCOLARE OBLIQUO

Superficie ottenute attraverso la traslazione di una circonferenza variabile in modo proporzionale, che scorre lungo una retta obliqua rispetto al piano di giacitura.

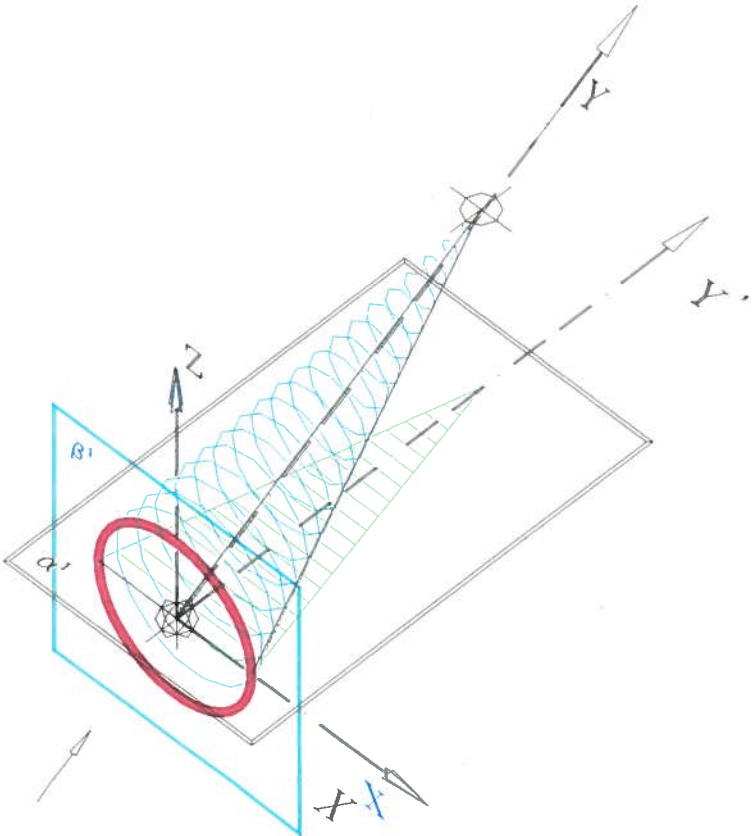


Fig. 74

6) "SUPERFICIE"

Superficie ottenuta dalla traslazione di una circonferenza variabile in modo da rimanere tangente a un'ellisse posta in modo obliquo rispetto al piano di giacitura.

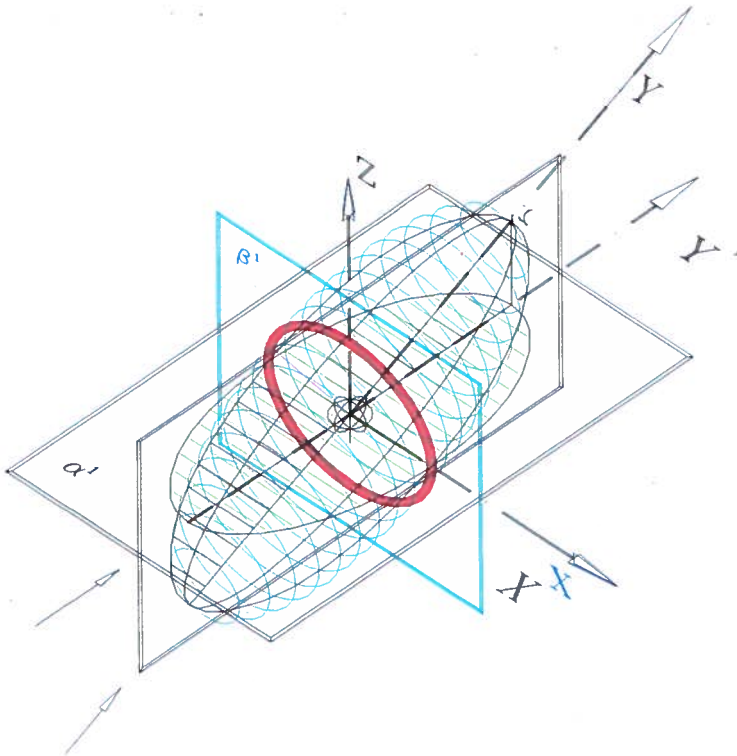


Fig. 75

Primo Modo di Generazione

ROTAZIONE

7) TORO A SEZIONE CIRCOLARE COSTANTE

Superficie ottenuta attraverso la rotazione di una circonferenza attorno a un asse esterno complanare.

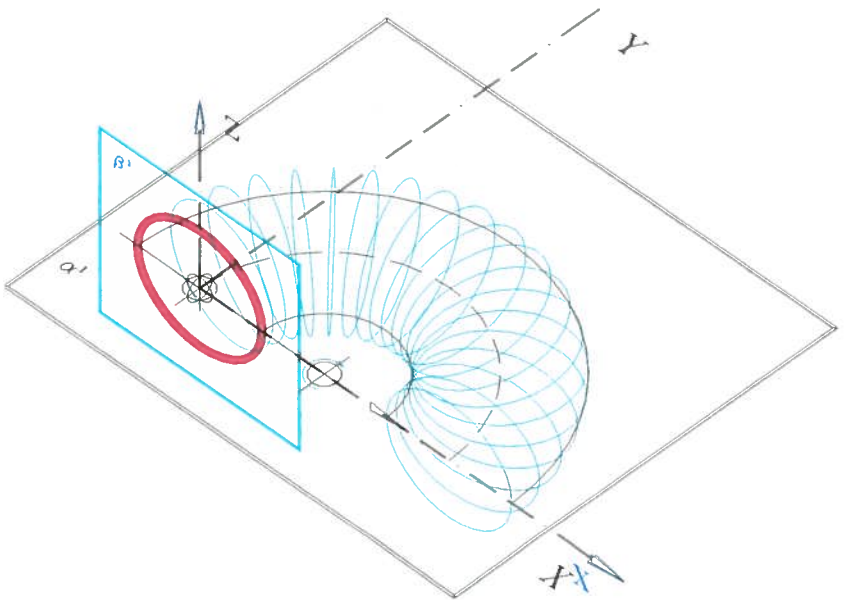


Fig. 76

**8) TORO A SEZIONE CIRCOLARE
VARIABILE**

Superficie ottenuta attraverso la rotazione di una circonferenza attorno all'asse esterno posta nello stesso piano e che varia in modo proporzionale all'angolo di rotazione.

9) ELICOIDE A SEZIONE CIRCOLARE COSTANTE

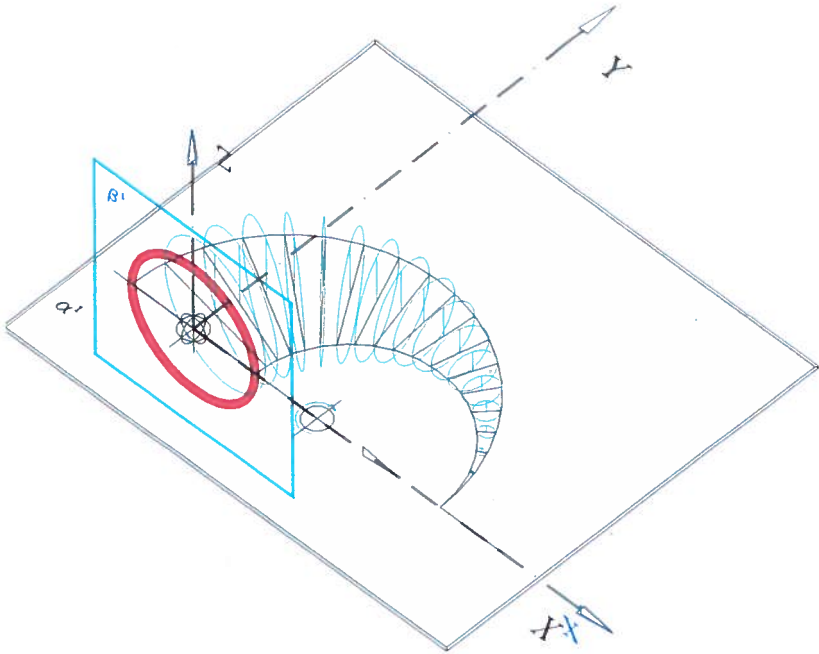


Fig. 76

Superficie ottenuta dalla rotazione e traslazione (movimento della figura piana su di una elica) di una circonferenza appartenente ad un piano passante per l'asse dell'elica cilindrica circolare².

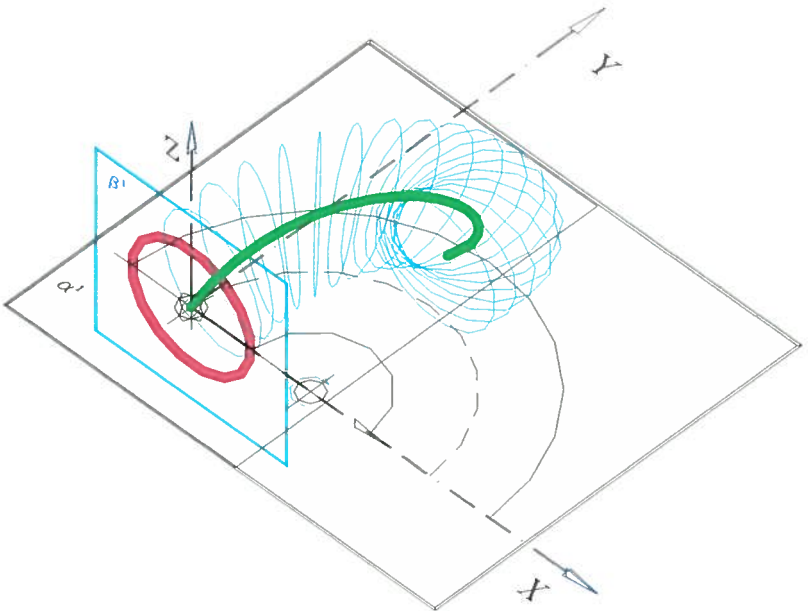


Fig. 77

SUPERFICI DI TRASLAZIONE

Secondo Modo di Generazione

1) CILINDRO ELLITTICO RETTO

Superficie ottenuta attraverso la traslazione di un'ellisse avente come direzione una retta posta ortogonalmente al piano di giacitura.

2) CONO ELLITTICO RETTO

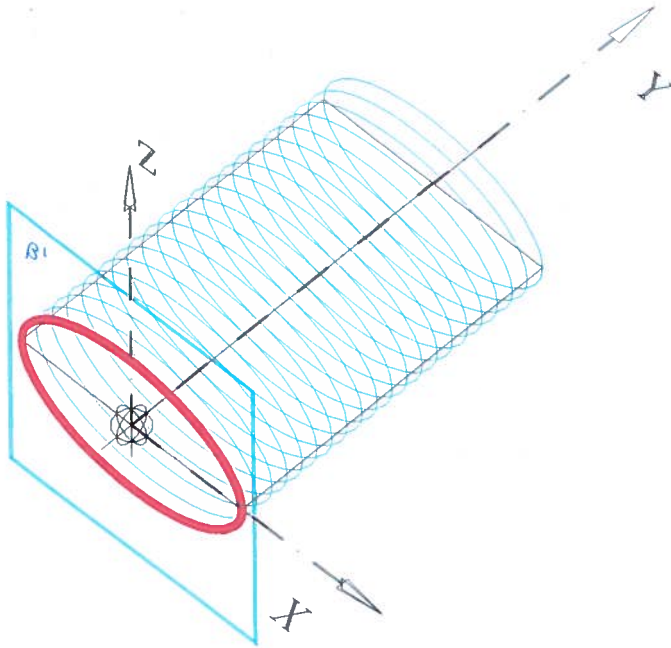


Fig. 78

Superficie ottenuta attraverso la traslazione di un'ellisse variabile in modo proporzionale posta perpendicolarmente al piano di giacitura.

3) ELLISSOIDE

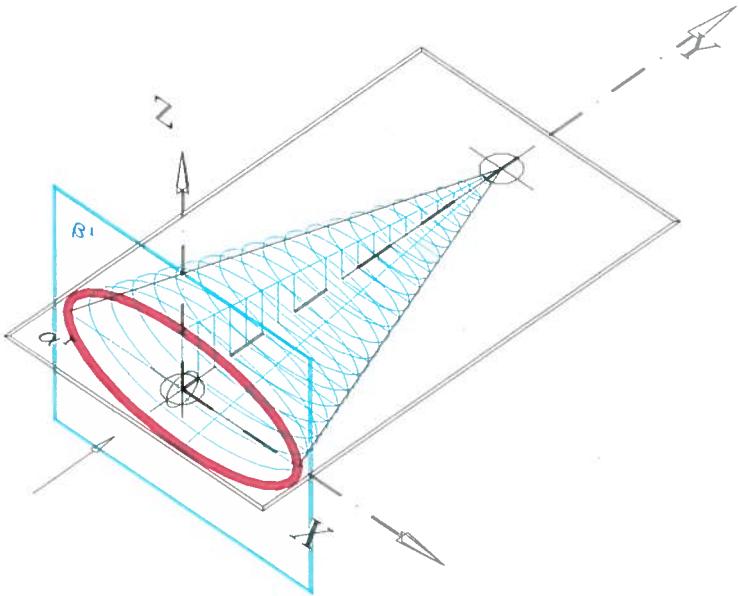


Fig. 79

Superficie ottenuta attraverso la traslazione di un'ellisse variabile in modo da rimanere tangente alle sezioni diametrali (circonferenza o ellisse).

4) CILINDRO ELLITTICO

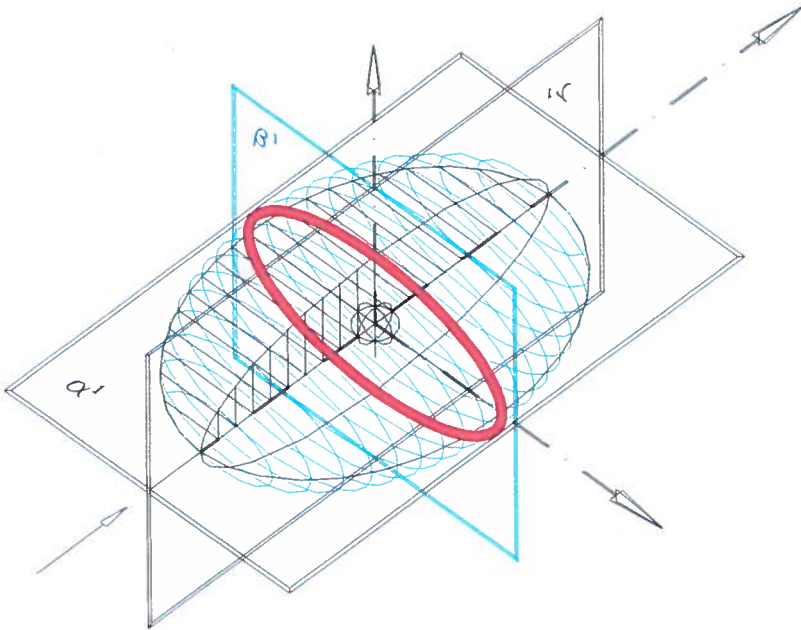


Fig. 80

OBLIQUO

Superficie ottenuta attraverso la traslazione di un'ellisse avente come direzione una retta posta in modo generico rispetto al piano di giacitura.

5) CONO ELLITTICO OBLIQUO

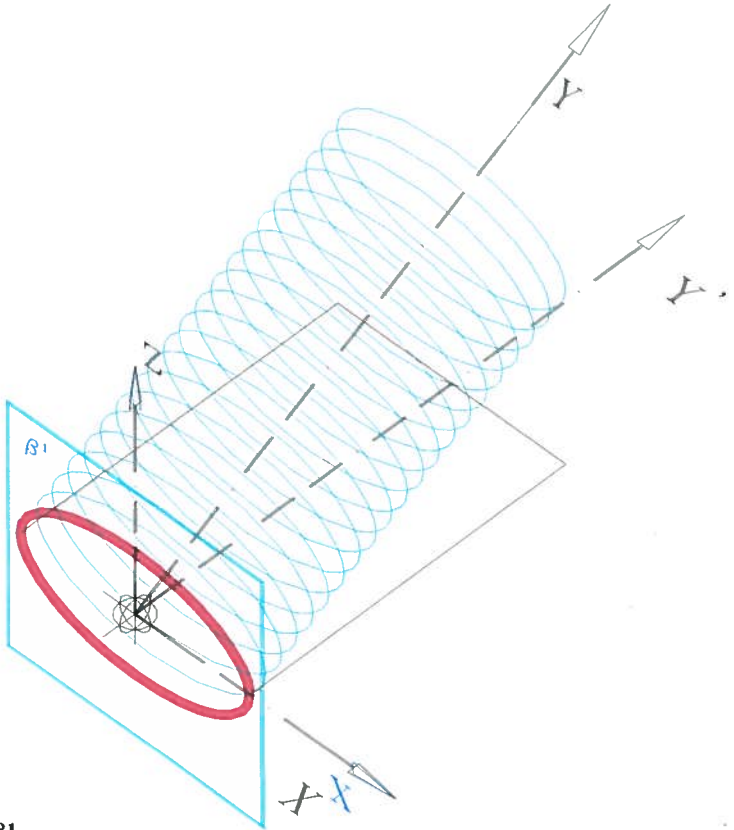


Fig. 81

Superficie ottenute attraverso la traslazione di un'ellisse variabile in modo proporzionale, che scorre lungo una retta obliqua rispetto al piano di giacitura.

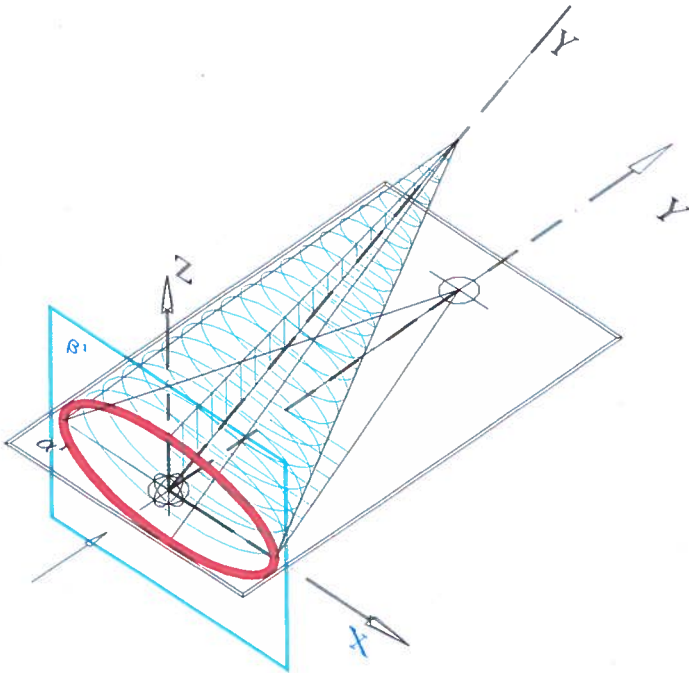


Fig. 82

6) "SUPERFICIE"

Superficie ottenuta dalla traslazione di un'ellisse variabile in modo da rimanere tangente a un'ellisse posta in modo obliquo rispetto al piano di giacitura.

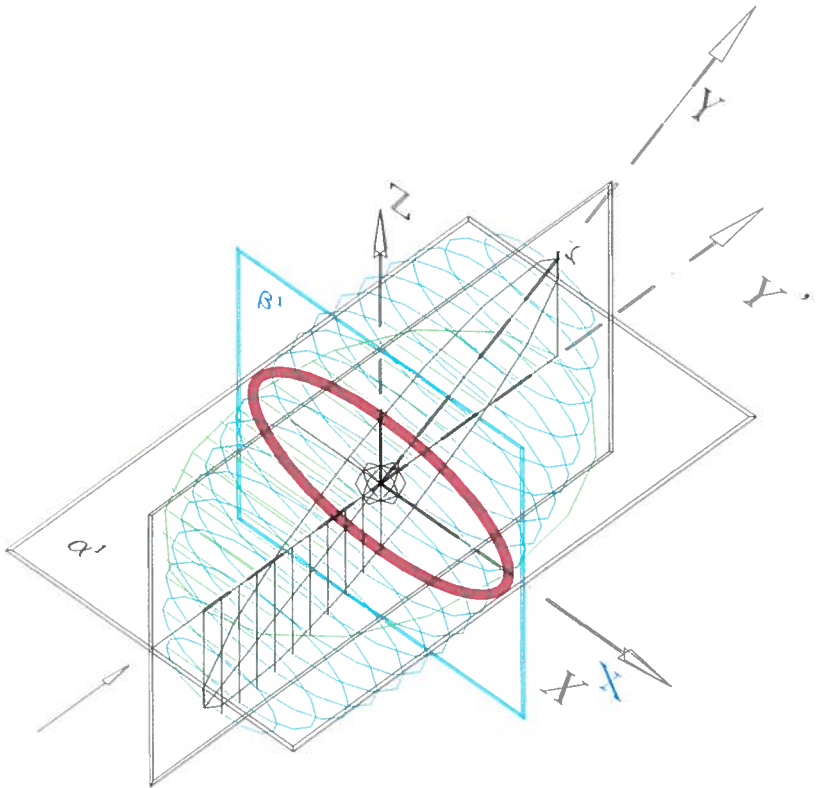


Fig. 83

Primo Modo di Generazione
ROTAZIONE

7) TORO A SEZIONE ELLITTICA
COSTANTE

Superficie ottenuta attraverso la rotazione di un'ellisse attorno a un asse esterno complanare.

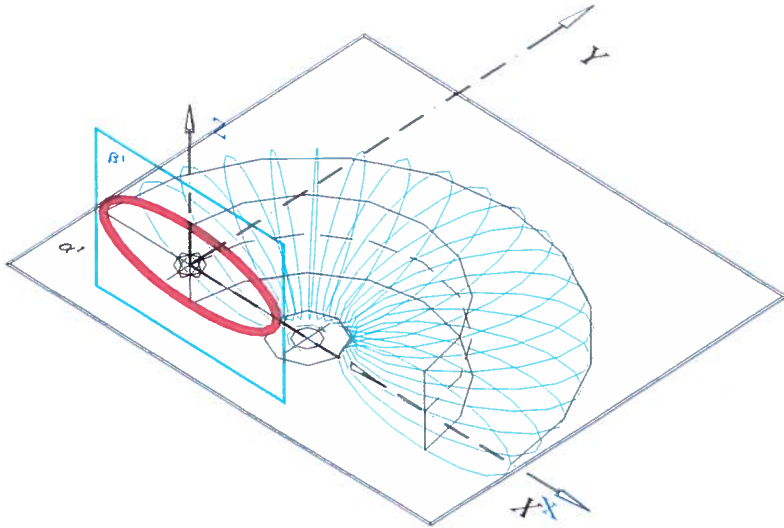


Fig. 84

8) TORO A SEZIONE ELLITTICA VARIABLE

Superficie ottenuta attraverso la rotazione di un'ellisse attorno all'asse esterno posta nello stesso piano e che varia in modo proporzionale all'angolo di rotazione.

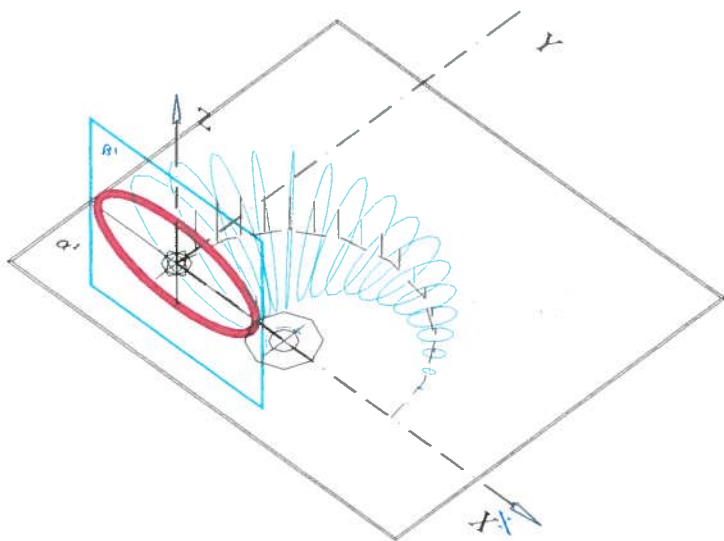


Fig. 85

1) CILINDRO PARABOLICO RETTO

Superficie ottenute attraverso la traslazione di una parabola costante, che scorre lungo una retta perpendicolare rispetto al piano di giacitura della conica.

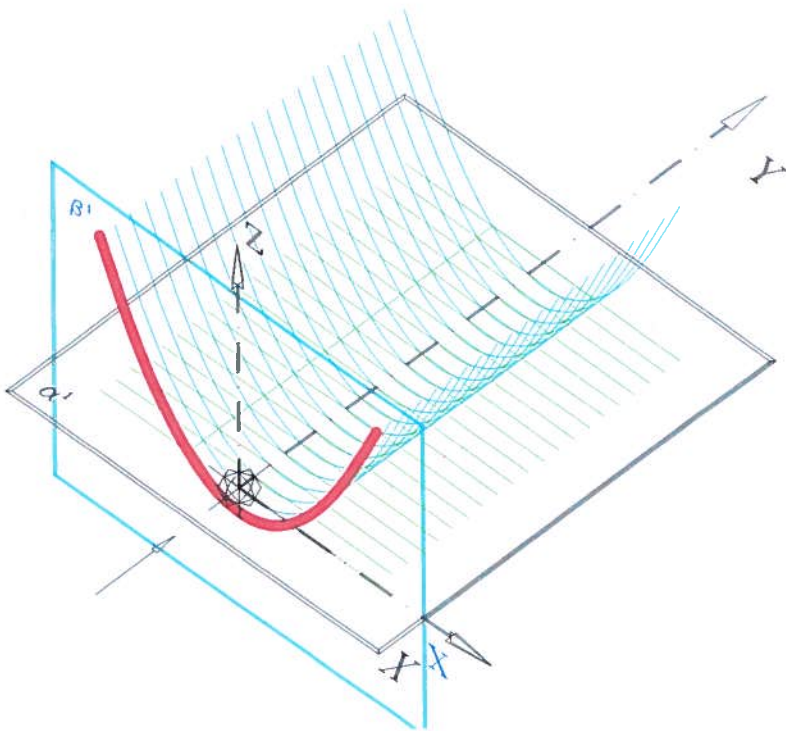


Fig. 86

2) CONO PARABOLICO RETTO

Superficie ottenute attraverso la traslazione di una parabola variabile in modo proporzionale, che scorre lungo una retta perpendicolare rispetto al piano di giacitura della conica.

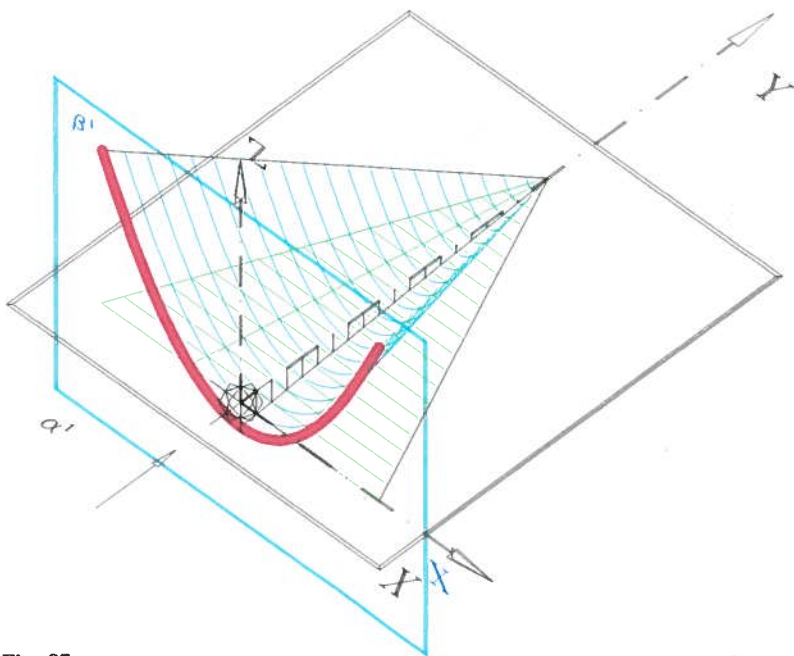


Fig. 87

3) "SUPERFICIE"

Superficie ottenuta dalla traslazione di una parabola variabile in modo da rimanere tangente a un'ellisse posta in modo retto rispetto al piano di giacitura.

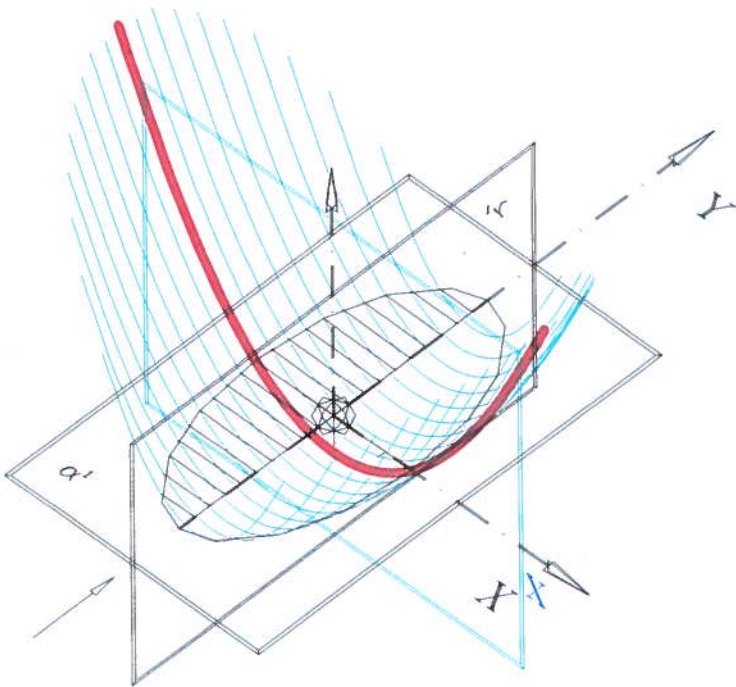


Fig. 88

4) CILINDRO PARABOLICO OBLIQUO

Superficie ottenute attraverso la traslazione di una parabola costante, che scorre lungo una retta obliqua rispetto al piano di giacitura.

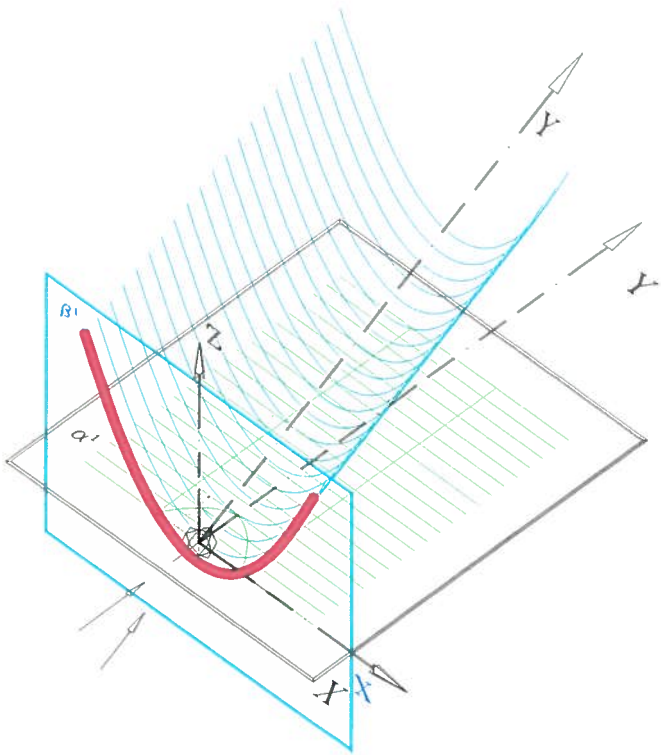


Fig. 89

5) CONO PARABOLICO OBLIQUO

Superficie ottenute attraverso la traslazione di una parabola variabile in modo proporzionale, che scorre lungo una retta obliqua rispetto al piano di giacitura.

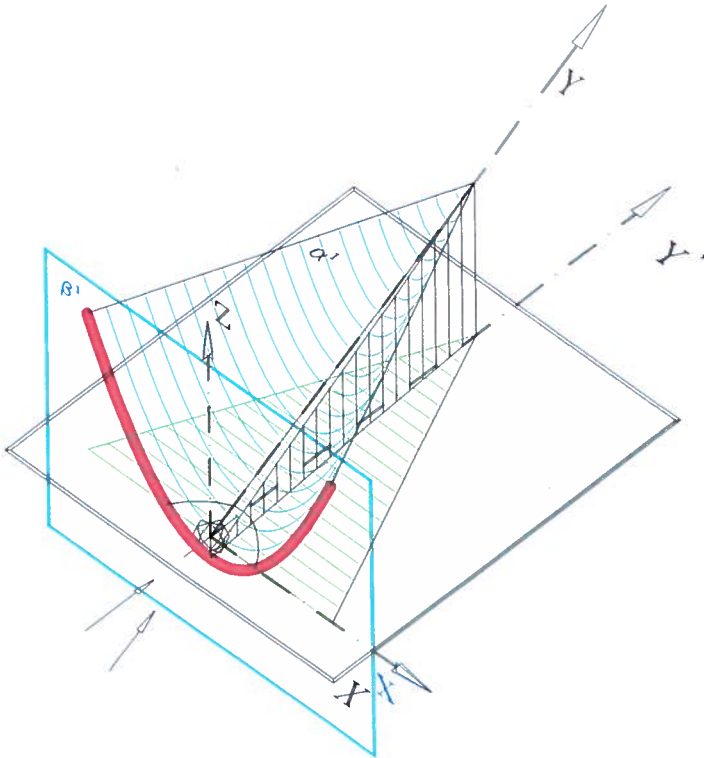


Fig. 90

6) "SUPERFICIE"

Superficie ottenuta dalla traslazione di una parabola variabile in modo da rimanere tangente a un'ellisse posta in modo obliquo rispetto al piano di giacitura.

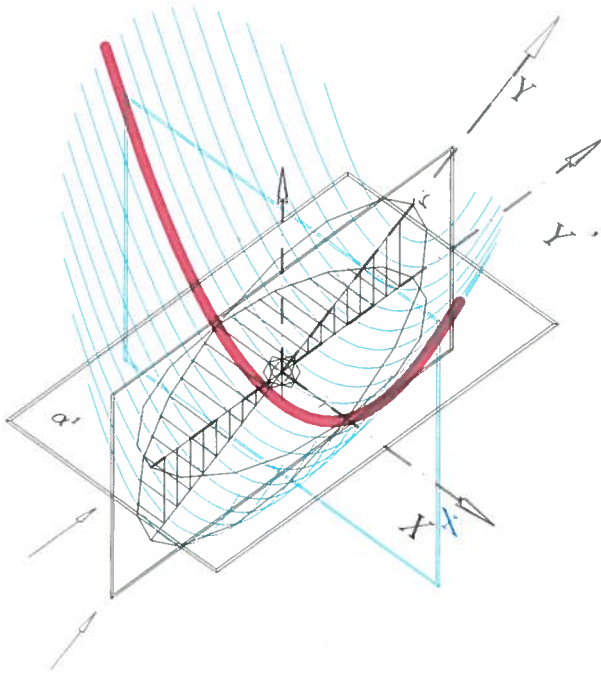


Fig. 91

Primo Modo di Generazione

ROTAZIONE

7) TORO A SEZIONE PARABOLICA COSTANTE
Superficie ottenuta attraverso la rotazione di una parabola attorno a un asse esterno complanare non coincidente con l'asse principale.

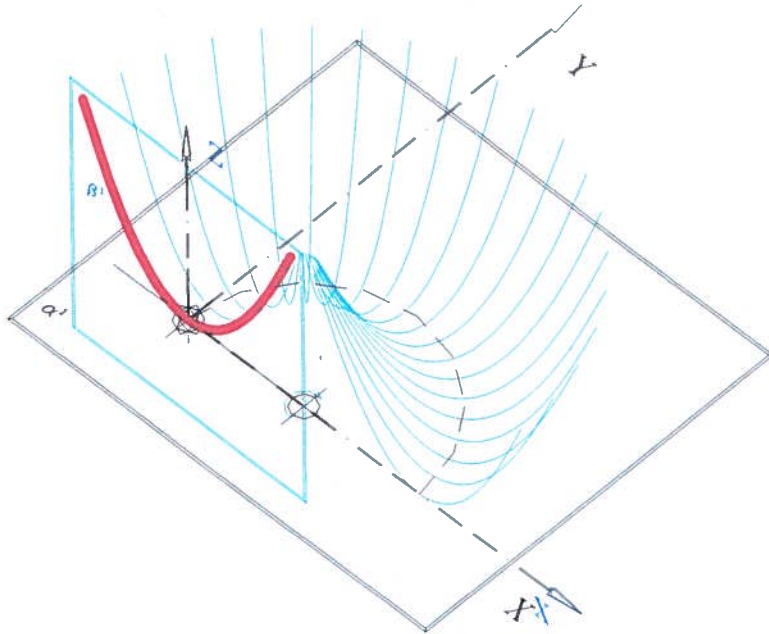


Fig. 92

8) TORO A SEZIONE PARABOLICA VARIABILE
Superficie ottenuta attraverso la rotazione di una parabola attorno all'asse esterno posta nello stesso piano e che varia in modo proporzionale all'angolo di rotazione.

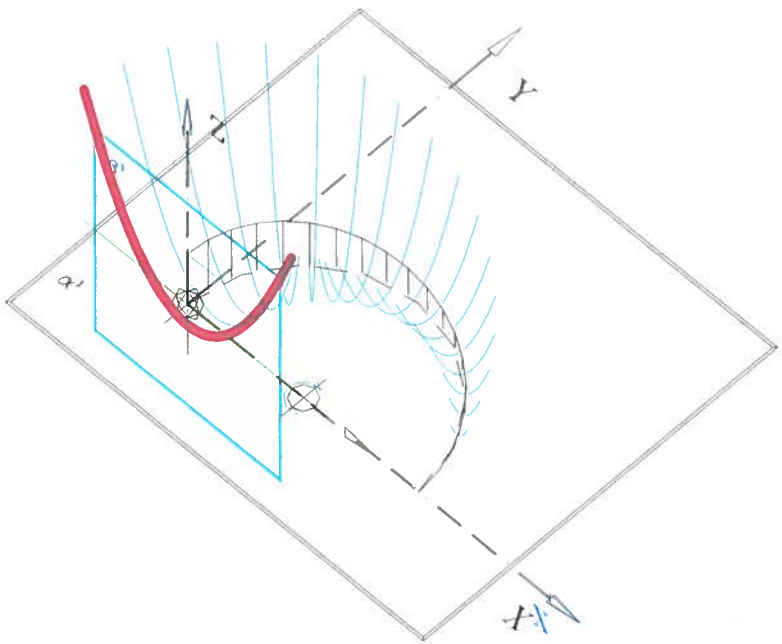


Fig. 93

9) TORO A SEZIONE IPERBOLICA COSTANTE
Superficie ottenuta attraverso la rotazione di una iperbole attorno a un asse esterno complanare non coincidente con l'asse principale.

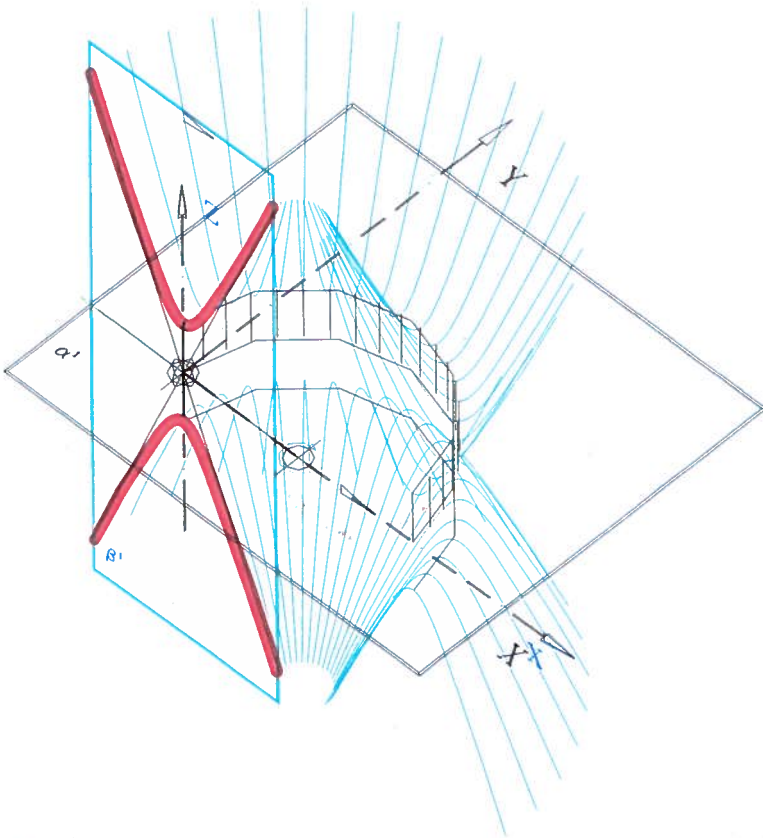


Fig. 94

10) TORO A SEZIONE IPERBOLICA VARIABILE
Superficie ottenuta attraverso la rotazione di una iperbole attorno all'asse esterno posta nello stesso piano e che varia in modo proporzionale all'angolo di rotazione.

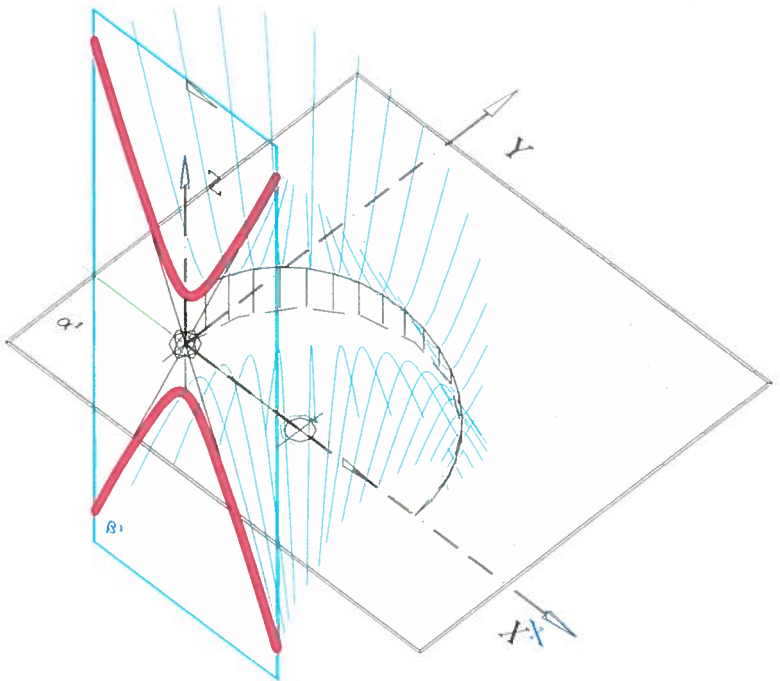


Fig. 95

SUPERFICI DI TRASLAZIONE

Secondo Modo di Generazione

1) CILINDRO IPERBOLICO RETTO

Superficie ottenuta attraverso la traslazione di un'iperbole avente la direzione retta rispetto al piano di giacitura

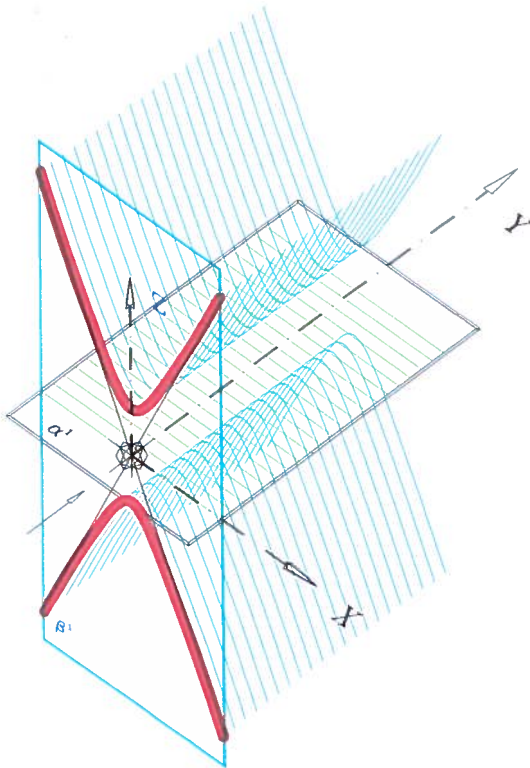


Fig. 96

2) CONO IPERBOLICO RETTO

Superficie ottenuta attraverso la traslazione di un'iperbole avente la direzione retta rispetto al piano di giacitura e variabile in modo proporzionale

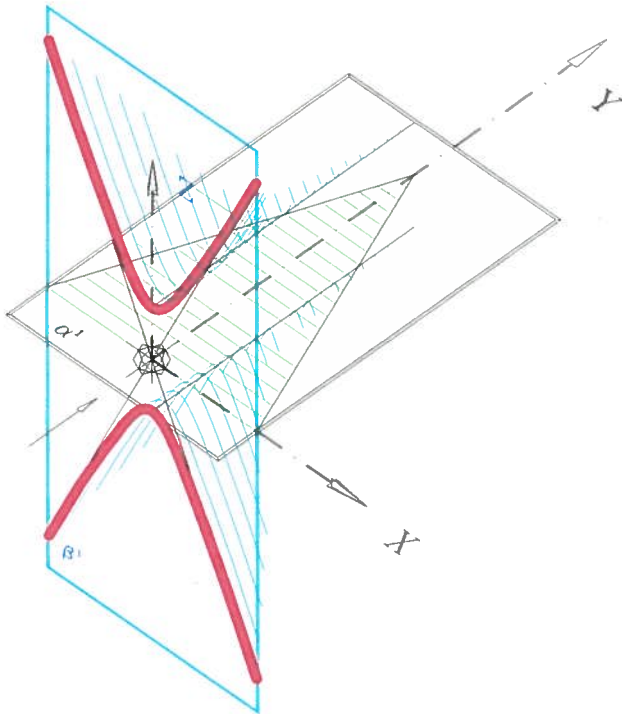


Fig. 97

Primo Modo di Generazione

ROTAZIONE

3 TORO A SEZIONE IPERBOLICA COSTANTE

Superficie ottenuta attraverso la rotazione di un'iperbole attorno a un asse esterno complanare.

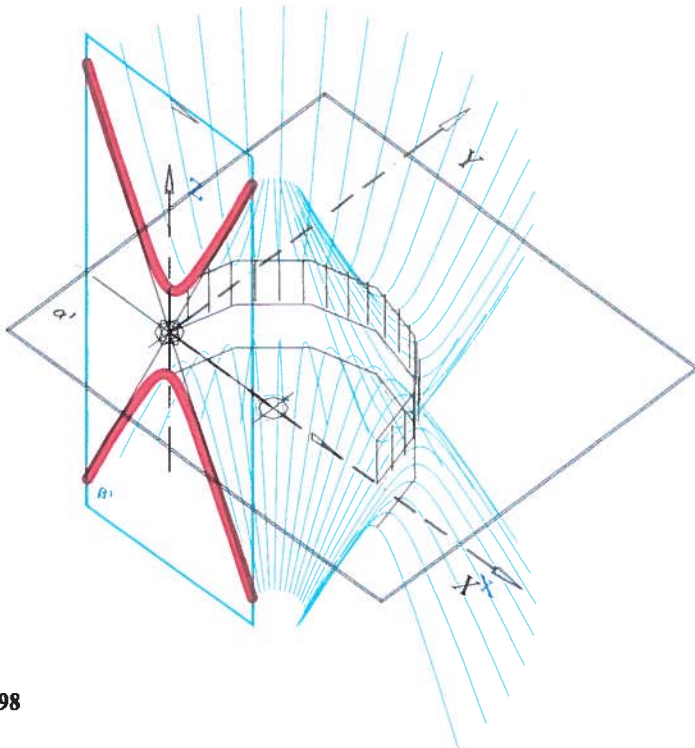


Fig. 98

**4) TORO A SEZIONE IPERBOLICA
VARIABLE**

Superficie ottenuta attraverso la rotazione di un'iperbole attorno all'asse p posta nello stesso piano e che varia in modo proporzionale all'angolo di rotazione.

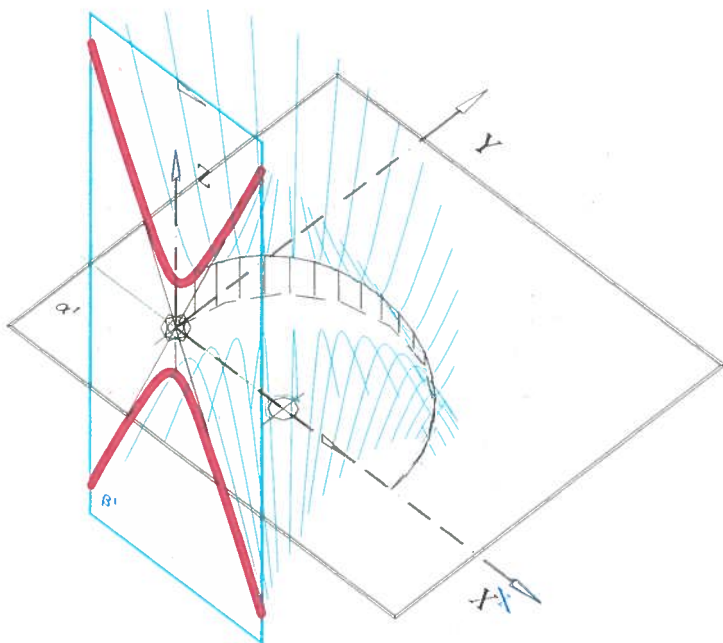


Fig. 98 a

Delle superfici descritte alcune di queste sono state analizzate in modo più approfondito, infatti vengono determinate le caratteristiche geometriche e le relative configurazioni spaziali, inoltre le rappresentazioni delle superfici sono descritte attraverso la grafica computerizzata (disegno automatico), operando con le conoscenze teoriche della Geometria Descrittiva dove viene stimolato il ragionamento, e non viene agevolato l'automatismo dell'operatore di computer. Sono state a scopo sperimentale studiate le rappresentazioni di alcune superfici (usate in architettura ritenute interessanti) delle quali si può seguire la genesi spaziale all'atto della produzione delle immagini su Monitor, dando così un chiaro e completo processo temporale di formazione, impostando la costruzione delle superfici attraverso la rotazione o la traslazione riferite a un terzina di assi ortogonali.

La superficie eseguita nella sua totalità viene rappresentata sia in pianta che in alzato, in assonometria e in prospettiva, per avere una completa ed esauriente lettura, in questo lavoro non vengono affrontate le varie combinazioni tra superfici diverse o dello stesso tipo,

Arco

L'arco, in architettura, è un elemento curvo strutturale a formato dallo spostamento di un punto secondo una direzione non rettilinea è un elemento strutturale che si appoggia su due piedritti e tipicamente (ma non è sempre così) è sospeso su uno spazio vuoto. È costituito nella antichità e ancora oggi da conci, cioè pietre tagliate, o da mattoni a, i cui giunti sono disposti in maniera radiale verso un centro: per questo hanno forma trapezoidale e sono più propriamente detti *cunei*; nel caso di una forma rettangolare (tipica dei mattoni) hanno bisogno di essere uniti con malta che riempia gli interstizi; essenzialmente l'arco con cunei non ha bisogno di essere sostenuto da un commento di malta in questo modo sta perfettamente in piedi anche a secco, grazie alle spinte di contrasto che si annullano tra concio e concio. Il cuneo fondamentale che chiude l'arco e mette in atto le spinte di contrasto è quello centrale: la chiave d'arco, o, più comunemente detta, chiave di volta

L'arco è una struttura bidimensionale e viene spesso utilizzato per sovrastare aperture. Per costruire un'arco si ricorre tradizionalmente a una particolare impalcatura lignea, chiamata con il nome di centina.

L'arco è anche alla base di strutture tridimensionali come le volte, che si ottengono geometricamente dalla traslazione o dalla rotazione di archi o forme piane curve. Nel caso di volte complesse come le volte a crociera a ombrello gli archi costitutivi vengono distinti in base alla loro posizione e si chiamano archi trasversali, longitudinali, ecc.

Indice:

1 Nomenclatura dell'arco

2 Proprietà statiche

3 Storia

4 Tipologie

a) Arco a tutto sesto

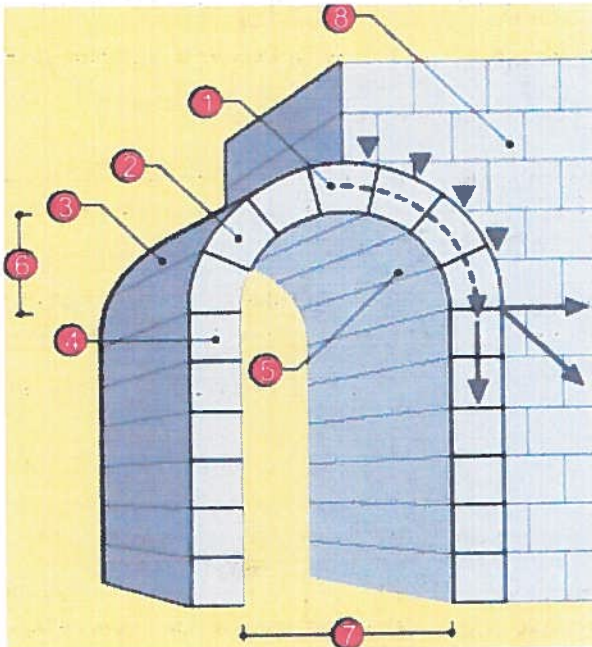
b) Arco a sesto acuto

c) Arco ribassato

d) Arco rialzato

NOMENCLATURA DELL'ARCO

Fig. 99



Nomenclatura degli elementi dell'arco:

- (1) chiave di volta;
- (2) cuneo;
- (3) estradosso;
- (4) piedritto;
- (5) intradosso;
- (6) freccia;
- (7) corda o interasse;
- (8) rinfianco.

Chiave dell'arco (1): il cuneo centrale alla sommità dell'arco. Linea o piano d'imposta: la retta che passa dove inizia l'arco e finiscono i piedritti; è una linea sempre orizzontale, per cui nel caso di arco asimmetrico (con piedritti di diversa altezza) esistono due diverse linee d'imposta.

Cuneo (2): ciascuna pietra dell'arco tagliata a forma trapezoidale

Estradosso (3): la superficie esteriore dell'arco

Linea di estradosso: la linea che delimita l'archivolto superiormente, a differenza della linea d'intradosso può anche non essere curva, per es. poligonale, a gradoni, sfaccettata, ecc..

Spalla o piedritto (4): è il sostegno generico sul quale si appoggia un arco (può essere una colonna o un pilastro..)

Archivolto o fronte : la faccia dell'arco; può essere formata da una o più ghiere.

Intradosso (5): la superficie inferiore dell'arco

Linea di intradosso: la linea curva che delimita l'archivolto inferiormente

Linea di estradosso: la linea che delimita l'archivolto superiormente (a differenza della linea d'intradosso può anche non essere curva, per es.

poligonale, a gradoni, sfaccettata, ecc..)

Freccia, saetta o monta (6): è la distanza massima tra l'intradosso e la linea d'imposta dell'arco.

Corda, luce o interasse (7): è la distanza tra i due piedritti; tranne che nel caso di arco asimmetrico, si misura sulla linea d'imposta.

Spessore: la distanza tra le linee di intradosso ed estradosso

Larghezza: la profondità dell'intradosso

Sesto: è il rapporto tra la freccia e la semicorda. Quando questo è uguale a uno, l'arco viene detto a tutto sesto o a pieno centro, quando è maggiore di uno, l'arco si dice a sesto acuto, quando è minore di uno l'arco si dice a sesto scemo o ribassato. Anticamente *sesto* significava il compasso, per cui un arco a tutto sesto era un arco nel cui disegno il compasso faceva un semigioco.

Reni o fianchi: zone disposte al di sopra del piano d'imposta a circa 30° dalla parallela alla linea d'imposta passante per il centro dell'arco (se tale retta non coincide con la linea d'imposta stessa); sono le parti più deboli di un arco, dove è più facile avere fratture in caso di cedimento del materiale.

Rinfianco (8): struttura muraria che circonda l'arco e ne sostiene le spinte laterali.

2 Proprietà statiche

Da un punto di vista costruttivo l'arco svolge la stessa funzione dell'architrave, ma con un diverso funzionamento statico. Mentre infatti l'architrave è una struttura non spingente (che scarica cioè il peso solo in verticale), l'arco è una delle più tipiche strutture spingenti, perché genera spinte laterali, quindi anche orizzontali. Questo ha come vantaggio un più

efficiente scarico della compressione dovuta al peso, permettendo l'apertura di luci molto più ampie, mentre ha come svantaggio una costruzione più complessa e la necessità di predisporre metodi per controbilanciare le spinte laterali.

Per indirizzare le spinte laterali verso il basso si devono predisporre strutture che generino forze di contropinta o di trazione. Tra le strutture di contropinta esistono due tipologie principali:

1. Strutture di sostegno laterale, che possono essere a loro volta strutture spingenti: frazionano gradualmente le spinte orizzontali fino ad annullarle (come contrafforti, archi rampanti o anche una solida cortina muraria - detta rinfiacco - che assorba le spinte);
2. Strutture di sostegno verticale, che apportano pesi mirati sui sostegni, rafforzando i sostegni laterali e impedendogli di piegarsi verso l'esterno; in effetti forzano le spinte laterali a indirizzarsi subito verso il basso (esempio tipico è il pinnacolo)

Le strutture di trazione sono essenzialmente dei tiranti ancorati saldamente ai punti di appoggio che bilanciano le spinte verso l'esterno con una trazione verso l'interno: sono tipici dei loggiati rinascimentali, soprattutto in area umbra e toscana.

3 Storia

Esempio della capacità di un arco di sopportare un peso semplicemente per effetto della compressione e dell'attrito; le forze spingenti in questo caso sono bilanciate dalla trazione della base alla quale sono legati i sostegni

Anche se è impossibile datare esattamente l'anno di nascita dell'arco, si può affermare che il primo esempio di struttura semicircolare è non l'arco, bensì la volta: i primi resti di strutture che utilizzano la struttura ad arco sono le volte a corsi inclinati (volta nubiana) realizzate in Mesopotamia e Basso Egitto fra il IV e III millennio a.C.

Probabilmente si arrivò al concetto di arco (in cui i singoli conci lavorano a compressione e, tra loro, si serrano per attrito) passando attraverso le strutture cosiddette a “falso arco”. Sono queste le strutture a capanna, formate da due semplici elementi inclinati l’uno contro l’altro. Il concetto di coprire una luce con dei conci, e non con un unico elemento (l’architrave), si ampliò con le strutture a conci orizzontali sovrapposti che vanno via via a stringere verso l’alto (esempio tipico di quest’altro falso arco è la Porta dei Leoni a Micene e anche altre strutture minoiche). Tuttavia, queste strutture non lavorano come un arco e non possono essere definite tali: sono ad ogni modo state importanti come tappa tecnica verso la definizione chiara del concetto di arco.

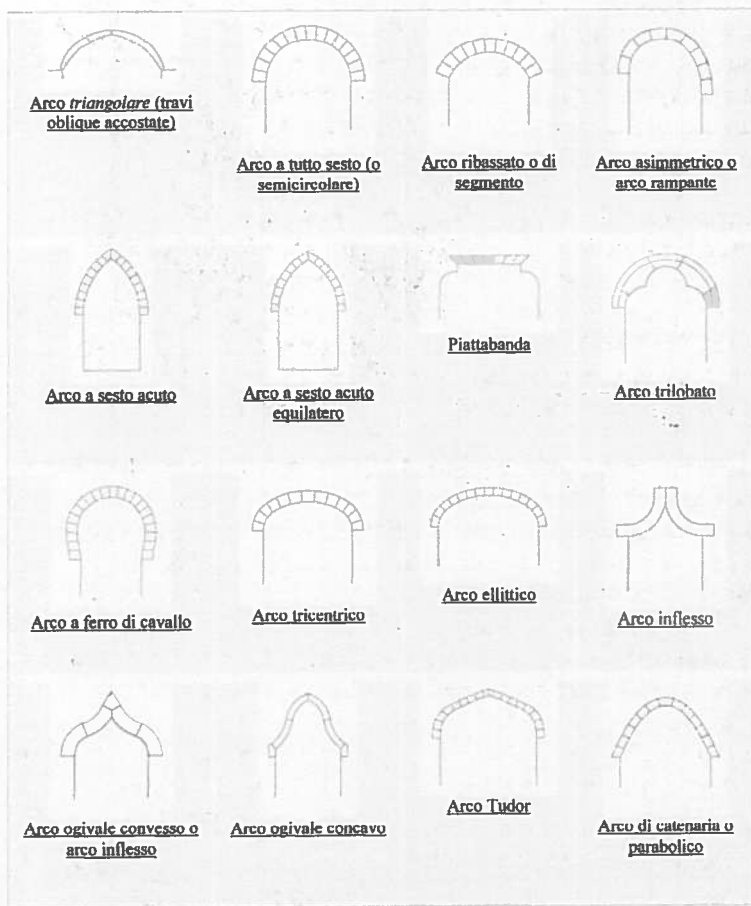
L’archeologo C.L. Woolley afferma che fu un arco a tutto sesto il primo arco costruito nella storia dell’Umanità. In “The excavation of Ur” afferma di aver individuato nel piccolo arco semicircolare di E Dublal-Mah, presso Ur, il primo esempio di struttura ad arco utilizzato nella facciata di un edificio e fuori terra. Tuttavia l’esempio riconosciuto da Woolley risale al 1400 a.C. e l’arco era già da secoli utilizzato per coprire i canali di scolo e i condotti sotterranei nella stessa regione mesopotamica.

L’arco ebbe scarsissimo utilizzo nell’arte greca (unico esemplare di struttura monumentale sono due piccoli archi, o meglio volticciole nel basamento del tempio di Apollo a Didyme), mentre fu impiegato in Italia inizialmente dagli etruschi e soprattutto nell’arte romana. L’arco rialzato fu una caratteristica peculiare dell’[arte moresca]. L’arco romano a tutto sesto fu utilizzato in tutta l’architettura tardo-romana e romanica, esempi di arco si trovano però anche nell’architettura paleocristiana, anche se non ne era un elemento determinante e distintivo come nel romanico. La diffusione nel gotico ebbe l’arco a sesto acuto. Nell’arte moderna, l’arco “parabolico”, già usato nelle arcate di alcuni ponti più antichi, è stato introdotto per coprire aperture da Antoni Gaudì nelle sue opere a Barcellona ha rappresentato l’ultima innovazione di uno degli elementi architettonici più antichi.

4 Tipologie

Gli archi possono essere di vari tipi, a seconda della forma geometrica e della funzione:

Fig. 99 a



Arco di catenaria o parabolico



Fig. 99 b

a) Arco a tutto sesto

L'arco a tutto sesto (*sesto* è l'antico nome del compasso) è un tipo di arco contraddistinto da una volta a semicerchio. È detto anche arco a pieno centro. È la tipologia più semplice di arco e prevede che il centro verso il quale convergono i giunti si trovi sulla linea d'imposta, cioè su quella linea che unisce i punti dove finiscono i sostegni e inizia l'arco.

L'utilizzo sistematico dell'arco a tutto sesto (e dell'arco in generale) si deve ai Romani, che lo utilizzarono prevalentemente in funzione della praticità piuttosto che dell'estetica, pur senza escluderla. L'uso maggiore degli archi in successione ci fu nella costruzione degli acquedotti.

L'arco venne utilizzato dagli architetti romani per marcare significativamente il ritmo degli edifici, inventando il motivo, poi divenuto simbolo dell'architettura rinascimentale, dell'arco inserito all'interno del sistema pilastro-trabeazione. Esempi importanti di questa invenzione architettonica si hanno nel Tabularium di Silla e nel Colosseo a Roma. Tale invenzione formale, comunque, ha probabilmente un origine

prettamente strutturale: lavorando principalmente con il laterizio, la costruzione di archi era più economica rispetto al sistema trilitico, poiché un'architrave ha bisogno di una grosso monolite.

Per tutto il periodo classico, l'arco non ha mai "poggiato" su di una colonna, perché era considerata una violazione dell'estetica dell'arco stesso e uno svilimento del ruolo della colonna, che doveva terminare sempre con la trabeazione. Tuttavia, già nel periodo paleocristiano, si cominciarono a vedere archi impostati direttamente sui capitelli delle colonne: questo perché, crollato l'impero, crollò in parte anche la sensibilità geometrica dello stile classico. Uno dei primi esempi di archi impostati sui capitelli delle colonne si ha a Roma, nella basilica di Santa Sabina.

L'arco a tutto sesto è anche un elemento caratterizzante dell'architettura romanica durante il medioevo e fu utilizzato principalmente con funzione estetica, oltre che per separare le navate degli edifici religiosi, per portali, archi trionfali (L'arco che sottolinea lo sbocco della navata centrale nella crociera), chiostri e le successioni di archetti a tutto sesto sotto i cornicioni tipiche del romanico lombardo.

La valenza estetica dell'arco a tutto sesto unito alla grammatica del sistema trilitico greco fu recuperata completamente dal Rinascimento italiano (in particolare da Filippo Brunelleschi, tra i primi), che seppe ulteriormente innovare ed evolvere il ruolo architettonico della forma dell'arco.

LE VOLTE

Volta a Botte con lunette

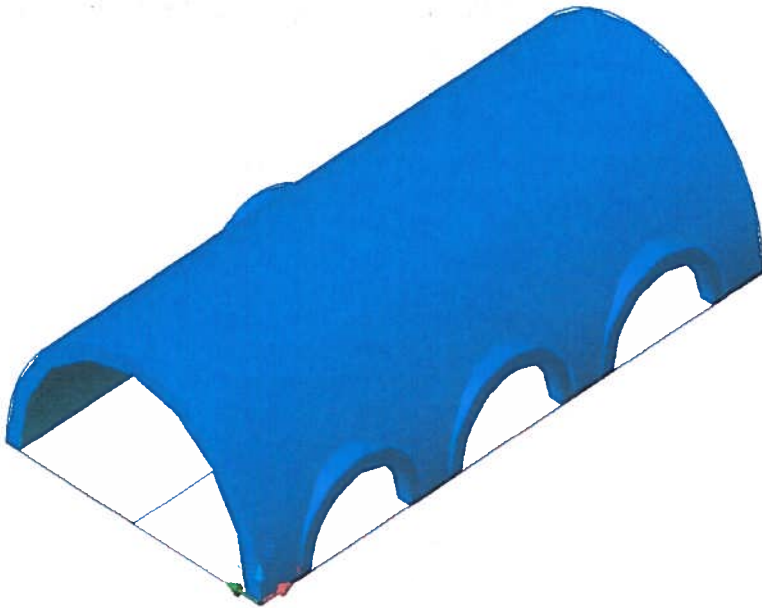


Fig. 100 La volta a botte si ottiene realizzando una sezione chiusa detta "regione" e successivamente estrudendo secondo una direzione che in questo caso è perpendicolare al piano di giacitura della regione per il valore della lunghezza desiderata.

LE VOLTE

Volta a Catino costruzione con passaggi un 3d

Comandi usati:

cerchio, linea, taglia, regione, ruota 3d, rivoluzione.

Per costruire questo tipo di copertura occorre partire dalla conoscenza della metà della sezione voltata, si inizia a disegnare sull'ucs globale una circonferenza di raggio desiderato, poi se esegue due rette ortogonali tre

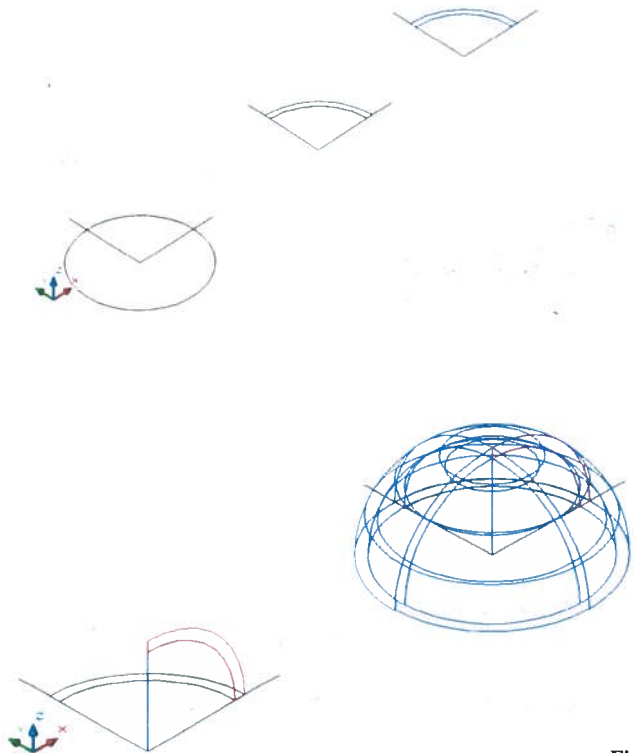


Fig. 101

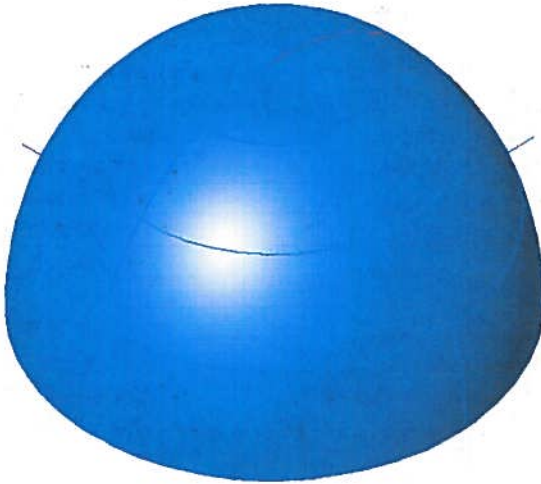


Fig. 102

loro incidenti nel centro del cerchio, se esegue con il comando taglia la eliminazione della parte di circonferenza non interessata. Si chiude agli estremi degli archi con due linee, così facendo si ottiene una regione. Si ruota la regione (ruota 3d) e l'asse di rotazione della volta di 90° rispetto all'asse x (al piano ucs globale). Si esegue la rivoluzione della sezione con riferimento all'asse della volta. Si ottiene così la volta a catino come modellazione del volume. È consigliabile eseguire questo procedimento perché si ha la possibilità di partire da una sezione diversa tipo o ellittica o ad arco acuto ecc oppure quando si ha una sezione variabile.

LE VOLTE

Volta a vela a base quadrata costruzione con passaggi un 3d
Comandi usati:

cerchio, linea, taglia, regione, ruota 3d, rivoluzione, trancia per i piani zx , zy . Per costruire questo tipo di copertura come per la volta a catino occorre partire dalla conoscenza della metà della sezione voltata, si inizia a disegnare sull'ucs globale un quadrato la lato desiderato poi una circonferenza di raggio pari alla metà della diagonale del quadrato, poi si esegue due rette ortogonali tre loro incidenti nel centro del cerchio, se esegue con il comando taglia la eliminazione della parte di circonferenza non interessata. Si chiude agli estremi degli archi con due linee, così facendo si ottiene una regione.

Si ruota la regione (ruota 3d) e l'asse di rotazione della volta di 90° rispetto all'asse x (al piano ucs globale).

Si esegue la rivoluzione della sezione con riferimento all'asse della volta. Si ottiene così la volta a catino come modellazione del volu-

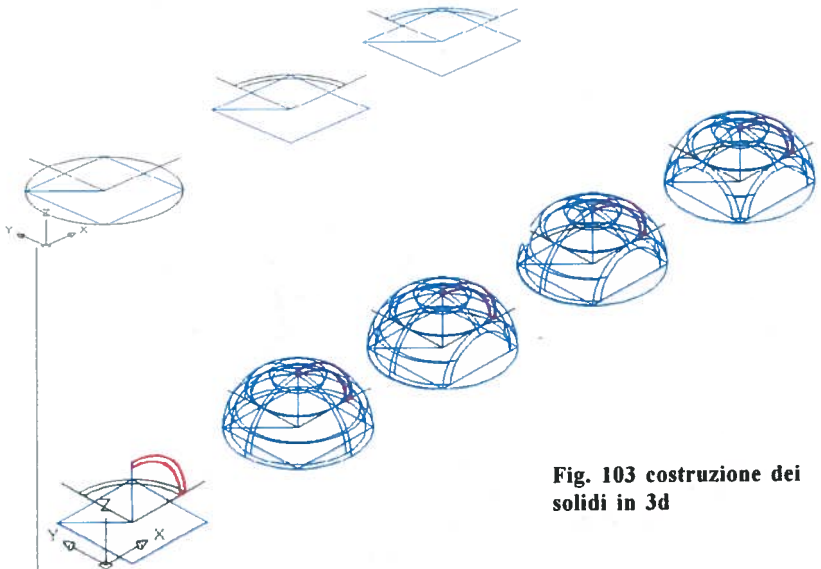
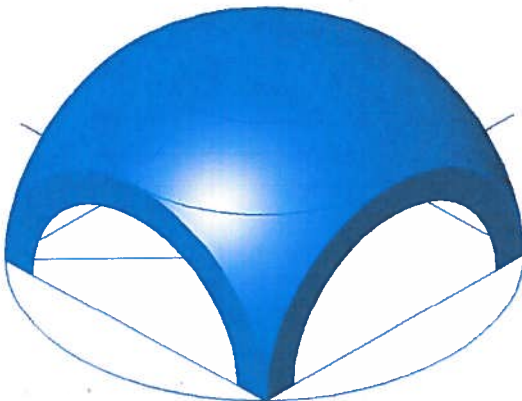
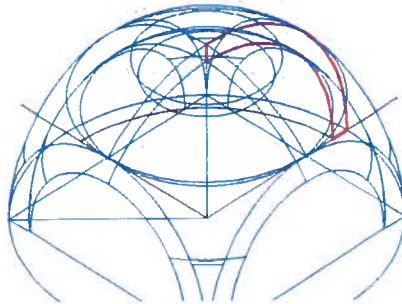


Fig. 103 costruzione dei solidi in 3d

me. Si procede a determinare la volta a vela, con il comando **trancia** si esegue per quattro volte.

si trancia considerando quattro piani passanti per i lati del quadrato operando nel seguente modo, comando **trancia** per il piano **zx** contenente un lato e come punto di riferimento un vertice del quadrato e si ripete l'operazione dal lato parallelo considerando il vertice opposto, si ripete l'operazione per gli altri due lati paralleli con direzione **zy**. È consigliabile anche in questo caso, eseguire questo procedimento perché si ha la possibilità di partire da una sezione diversa tipo o ellittica o ad arco acuto ecc oppure quando si ha una sezione variabile.

Fig. 104 e 105 risultato della modellazione 3d



LE VOLTE

Volta a Crociera base quadrata costruzione con passaggi un 3d
Comandi usati:

cerchio, linea, taglia, regione, ruota 3d, rivoluzione, trancia per i piani per tre punti, specchia, serie polare .Per costruire questo tipo di copertura come per la volta a catino occorre partire dalla conoscenza della metà della sezione voltata, si inizia a disegnare sull'ucs globale un quadrato la lato deriderato poi ina circonferenza di raggio pari alla metà della diaginale del quadrato, poi se esegue due rette ortogonali tre loro incidenti nel centro del cerchio, si esegue con il comando taglia la eliminazione della parte di circonferenza non interessata. Si chiude agli estremi degli archi con due linee, cosi facendo si ottiene una regione.

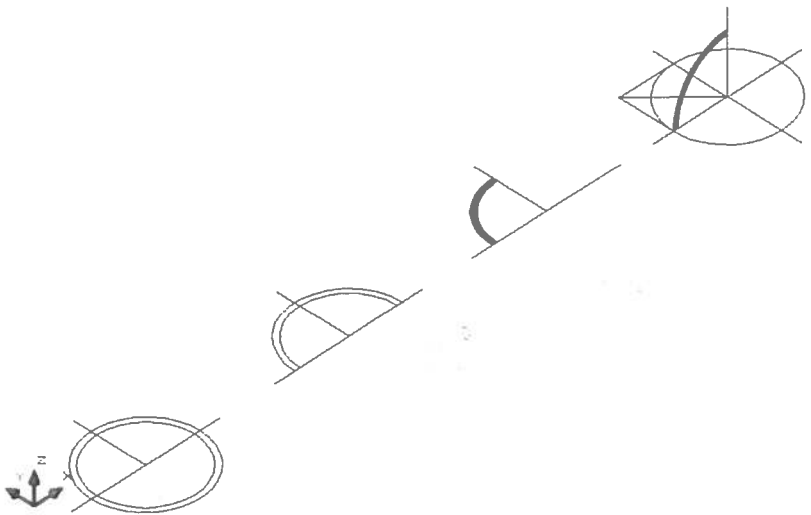


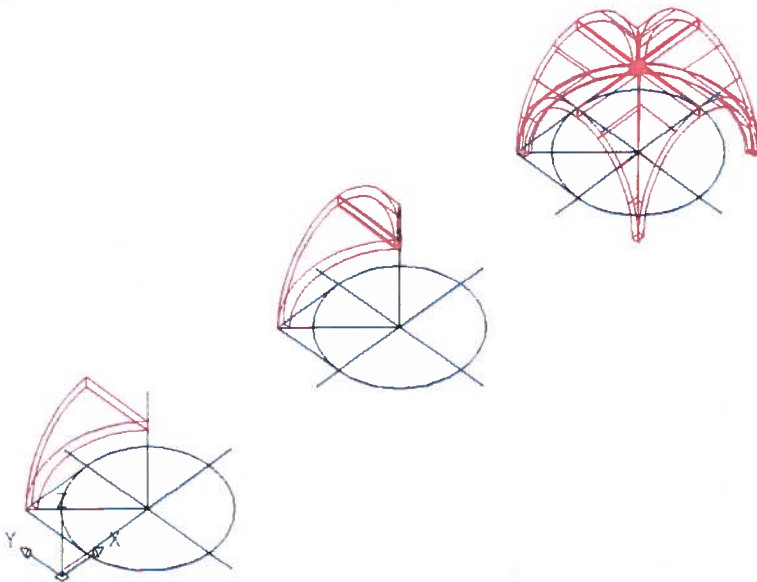
Fig. 106 costruzione dei solidi in 3d

Si ruota la regione (ruota 3d) e l'asse di rotazione della volta di 90° rispetto all'asse x (al piano ucs globale) e la si sposta sul lato del quadrato.

Si esegue la estrusione della sezione con riferimento a metà del lato del quadrato, l'estrusione potrebbe avere anche una direzione inclinata rispetto al piano xy e anche una rastremazione positiva o negativa.

Si ottiene così un ottavo della volta a crociera volta come modellazione del volume.

Fig. 107 costruzione dei solidi in 3d



Si procede a determinare un ottavo della volta a cocera , con il comando trancia si esegue l'eliminazione di un settore della volta a botte.

Si trancia cosiderando un piano passante per la diagonale del quadrato e contenente l'asse ortogonale al piano xy, operando nel seguente modo, comando trancia per il piano passante per tre punti

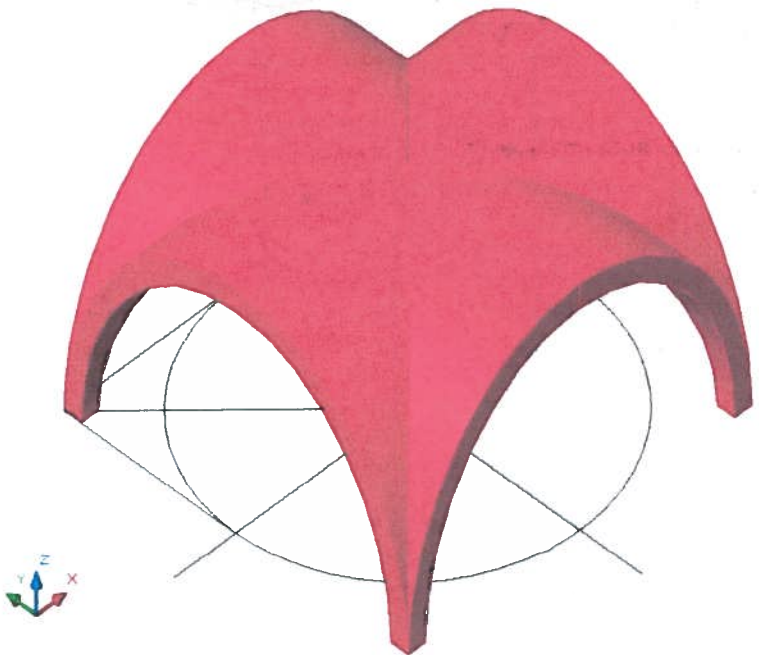


Fig. 108 risultato della modellazione 3d

(vertice del quadrato posto alla base della porzione di volta posizione origine del piano di tracciatura..

Punto centrale del cerchio o quadrato si definisce la direzione di un fascio di piani di tracciatura e per ultimo, punto in alto dell'asse di simmetria, in questo modo si definisce un piano di taglio e successivamente si seleziona un punto per mantenere la parte di volta.

Si specchia con la retta passante per il centro del cerchio e la direzione verso la chiave di volta. Si procede con il comando serie polare selezionando le due porzioni di volta, centro della serie con centro del cerchio e numero di 4 elementi della serie.

È consigliabile anche in questo caso, eseguire questo procedimento perché si ha la possibilità di partire da una sezione diversa tipo o ellittica o ad arco acuto ecc oppure quando si ha una sezione variabile.

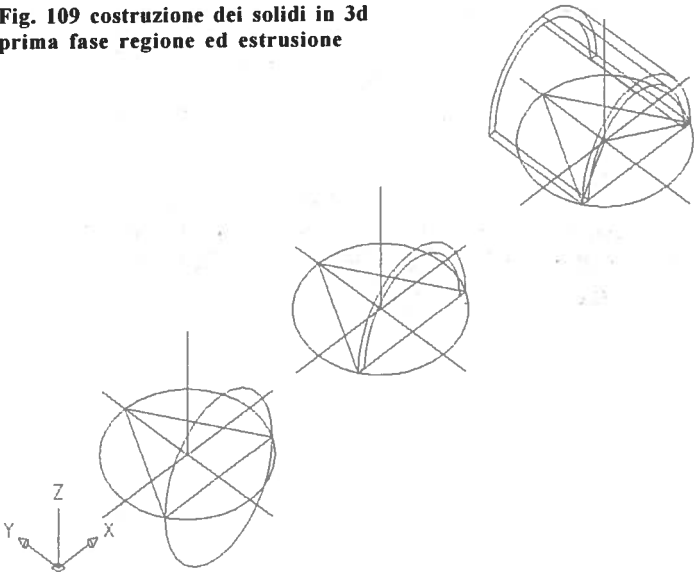
LE VOLTE

Volta a Crociera base triangolare costruzione con passaggi un 3d

Comandi usati:

cerchio, linea, taglia, regione, ruota 3d, rivoluzione, trancia per i

Fig. 109 costruzione dei solidi in 3d
prima fase regione ed estrusione



piani per tre punti, specchia, serie polare .

Per costruire questo tipo di copertura si esegue lo stesso procedimento per la volta a crociera precedente impostando il tutto su una base triangolare equilatera.

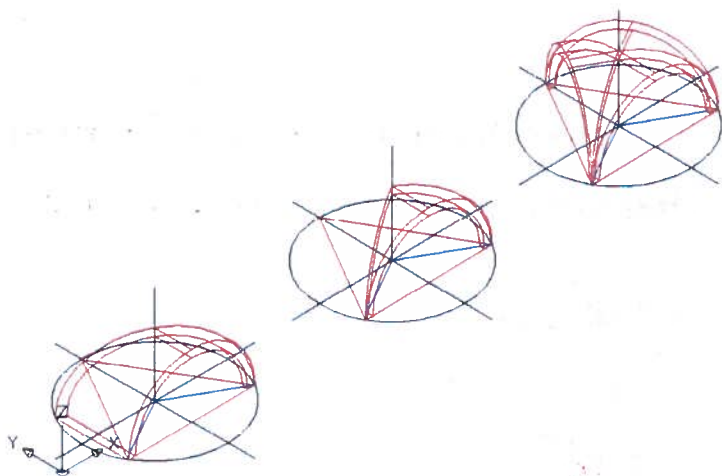


Fig. 110 costruzione dei solidi in 3d, seconda fase trancia e serie polare

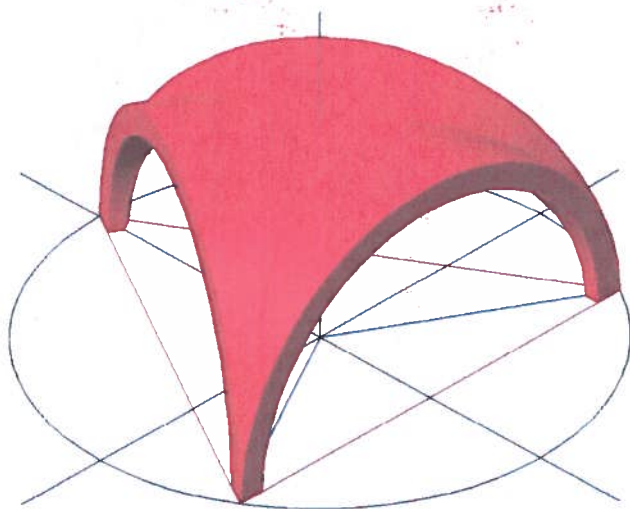


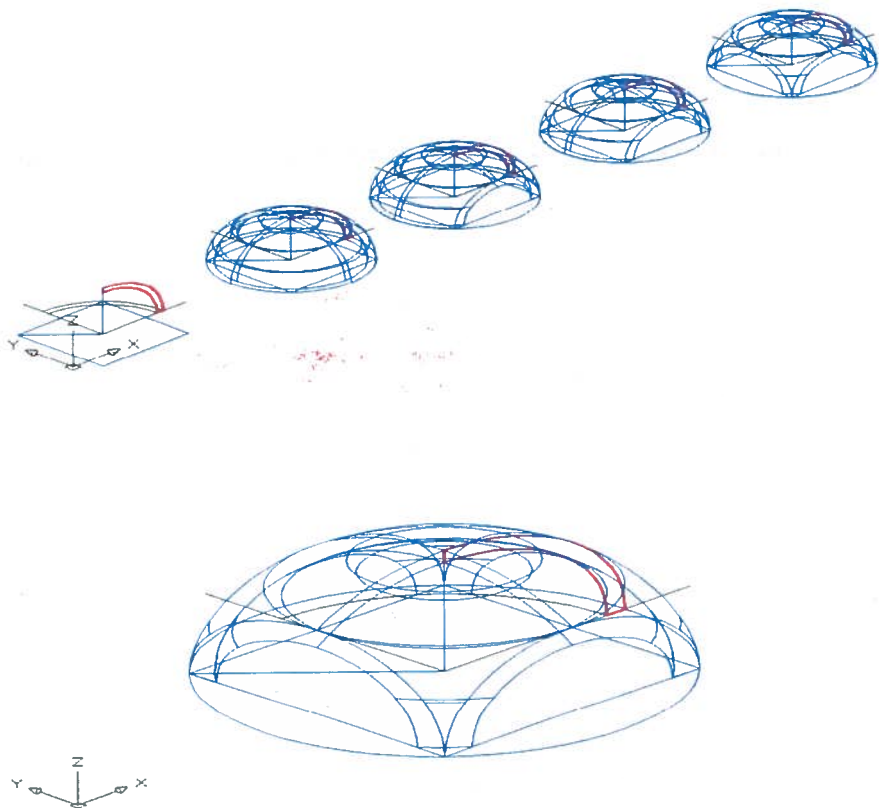
Fig. 111 risultato della modellazione 3d

LE VOLTE

Volta a Vela base quadrata con la sezione ellittica costruzione con passaggi un 3d

si esegue come la precedente impostando solo la sezione ellittica

Fig. 111 e 112 costruzione dei solidi in 3d



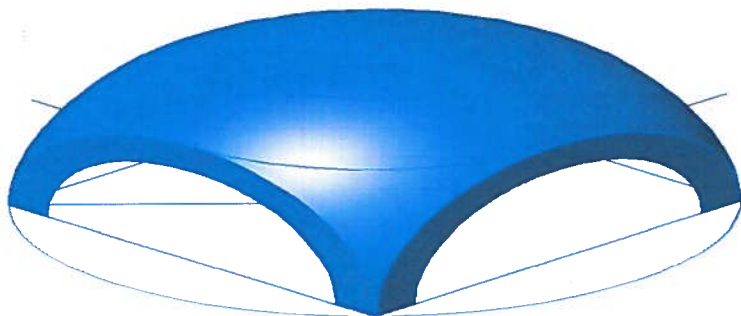


Fig. 113 risultato della modellazione 3d

LE VOLTE

Volta a Crociera base triangolare con sezione ellittica costruzione con passaggi un 3d

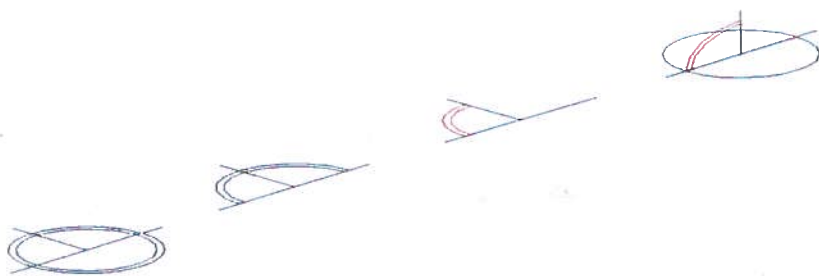


Fig. 114 costruzione dei solidi in 3d

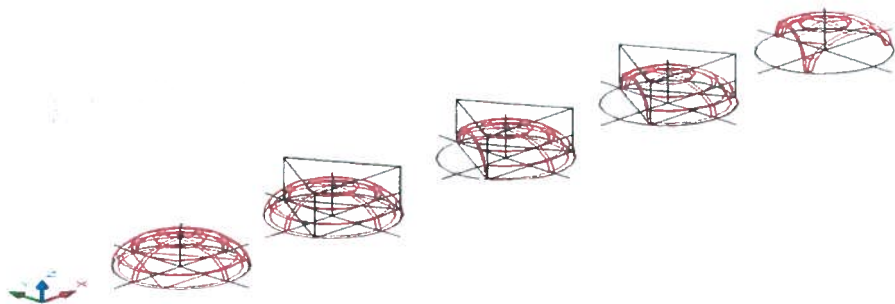
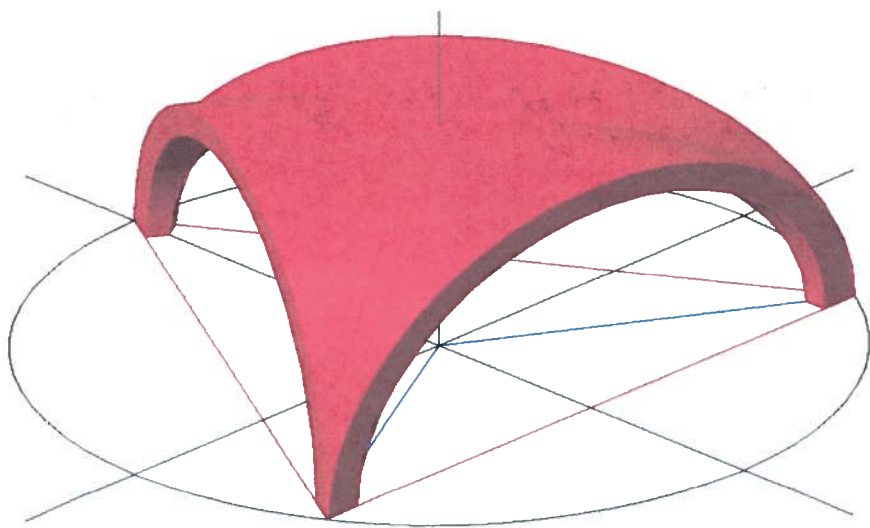


Fig. 115 e 116 costruzione dei solidi in 3d e risultato finale



LE VOLTE

Volta a Vela iperbolica con base rettangolare proiezioni ortogonali e assonometria

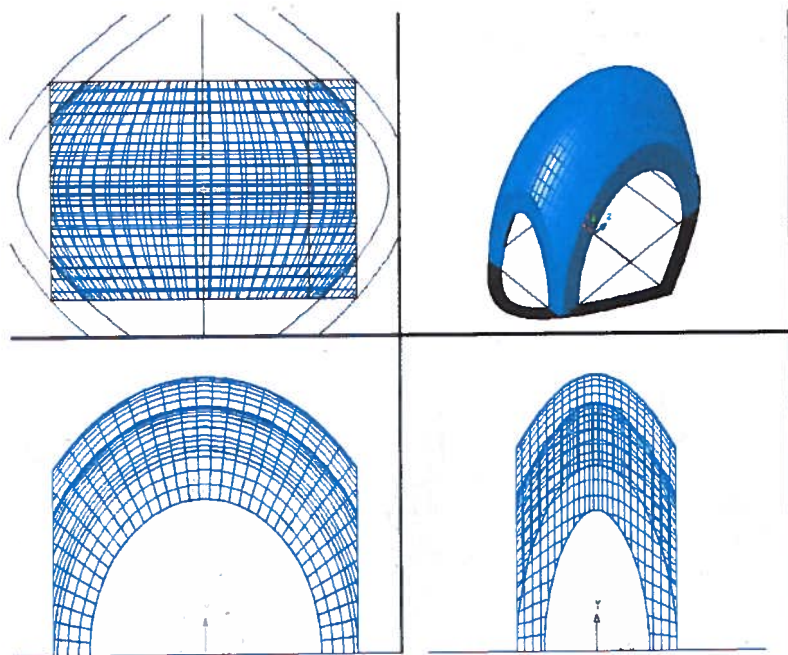


Fig. 117 solidi in 3d e risultato proiezioni ortogonali ottenute con le viste

determinata un'iperbole dalle sezioni di un cono (iperbole di intradosso) si procede con una seconda iperbole per l'estradosso si chiude gli estremi e si esegue la rivoluzione rispetto a un asse giacente sul piano xy globale, poi si procede con trancia per i vari piani come in precedenza.

LE VOLTE
particolari volte

superficie iperbolica viste prospettiche a filo
di ferro e con ombreggiature

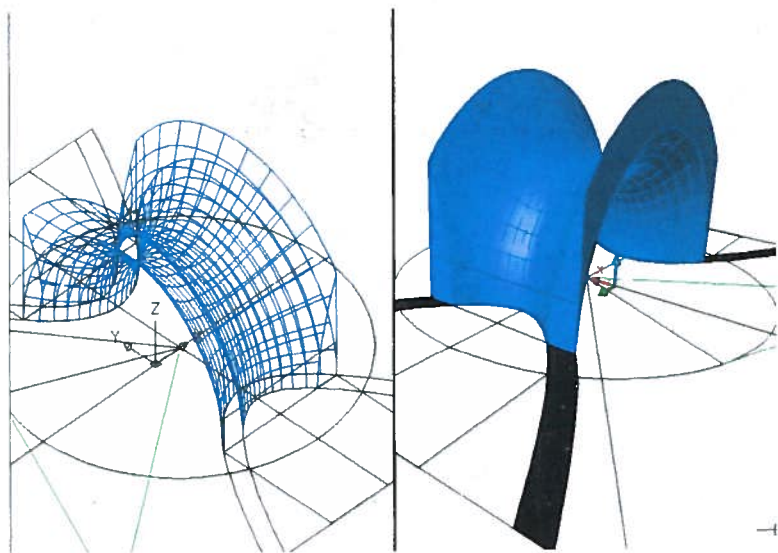


Fig. 118

LE VOLTE

Copertura a doppia curvatura con base rettangolare proiezioni ortogonali e prospettive

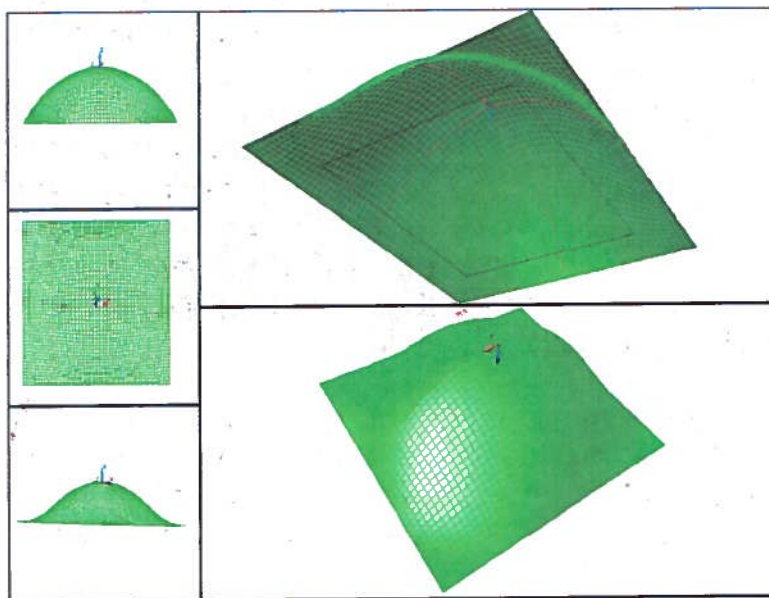


Fig. 119

**RICRCA DELLA RETTA GENERICA E DEL PIANO GENERICO
CON ANGOLI ASSEGNATI
RETTA GENERICA CON ANGOLI DATI**

è possibile rappresentare una retta generica con angoli rispetto ai piani di riferimento dati?

il problema è sorto con alcuni studenti del corso di Disegno Automatico in particolare nella rappresentazione 3d di modellazione solida,

la soluzione di questo problema che ci siamo trovati per risolvere era impossibile pensarla attraverso la modellazione 3d. si è fatto ricorso alle applicazioni della geometria descrittiva e dopo varie ipotesi si è determinato la possibilità di imporre entrambe gli angoli che una retta forma rispetto ai piani di riferimento. in questo modo si è potuto definire anche il limite massimo e il raggio che questi angoli possono avere.

In questi grafici preparatori si intuisce il percorso seguito, si è iniziato dalla rappresentazione in proiezione ortogonale e con schemi assonometrici oggettivi con un solo angolo dato, per poi arrivare a sperimentare e definire che è possibile attribuire entrambe gli angoli.

Questa operazione di attribuzione non è sempre possibile ha dei limiti. che verranno esposti in un altro testo dove verrà più approfondito il problema.

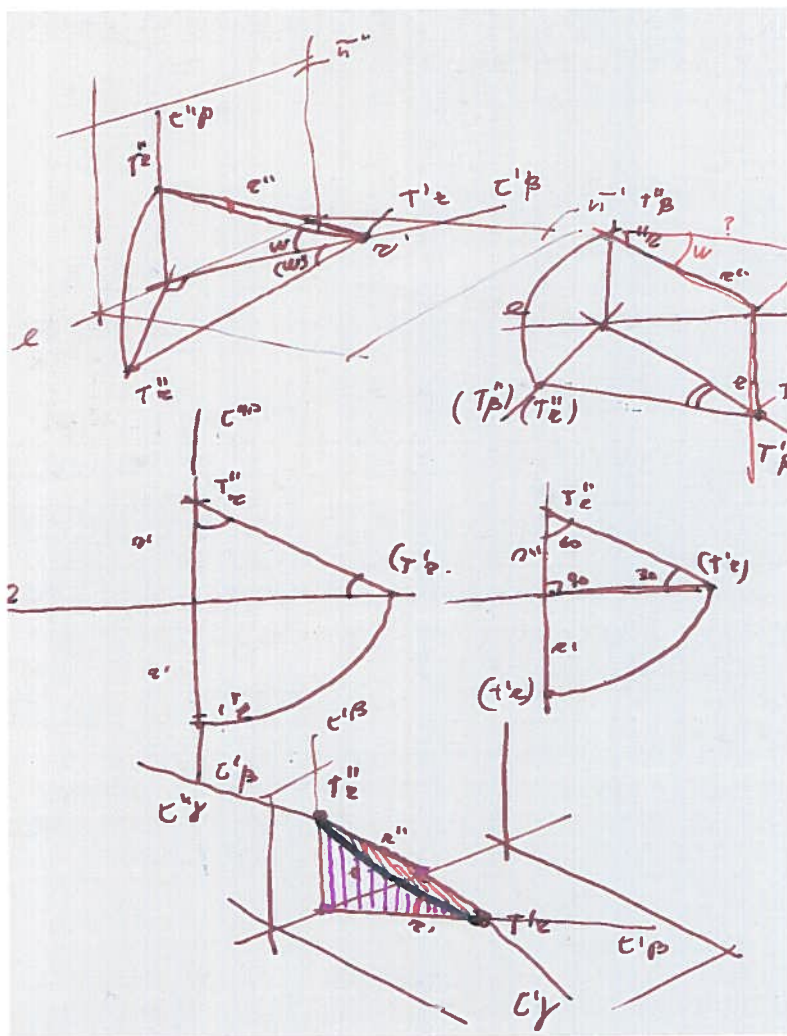


Fig. 120

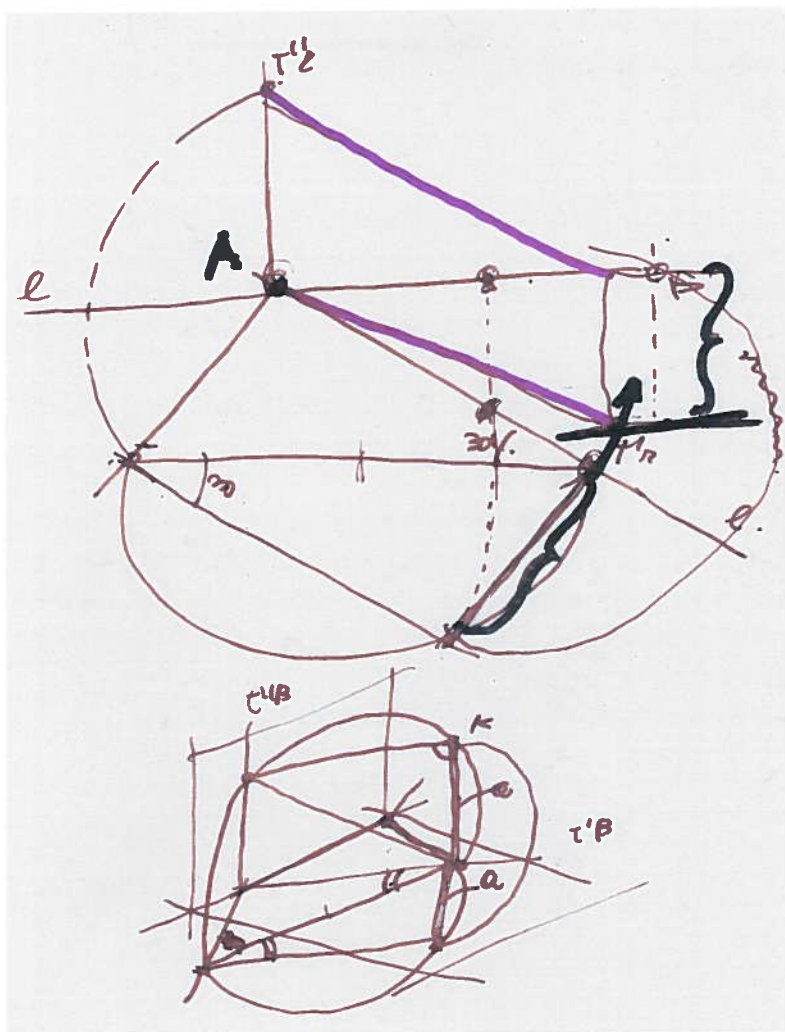


Fig. 121

Nella figura 121 si è ricercato tramite la rotazione e ribaltamenti di impostare i due angoli che la retta generica forma con i due piani di proiezione

In questi grafici preparatori si intuisce una prima possibilità e poi una successiva che vedremo di sviluppare, si è iniziato dalla rappresentazione in proiezione ortogonale entrambe gli angoli con i piani di riferimento e con la retta, poi si esegue una rotazione e un successivo ribaltamento di parte del piano contenente la retta in vera grandezza e le due immagini ribaltate sul primo piano di proiezione.

Si sa che si ottiene un poligono a quattro lati, dove due lati opposti formano entrambi 90° e la retta reale ribaltata parte dagli altri due angoli del poligono (diagonale), così facendo, si pensi a due piani proiettanti rispetto a primo e la secondo piano di proiezione se si pensa di ruotare un piano di proiettante sull'altro si ottiene il poligono e questo può essere realizzato in vera grandezza.

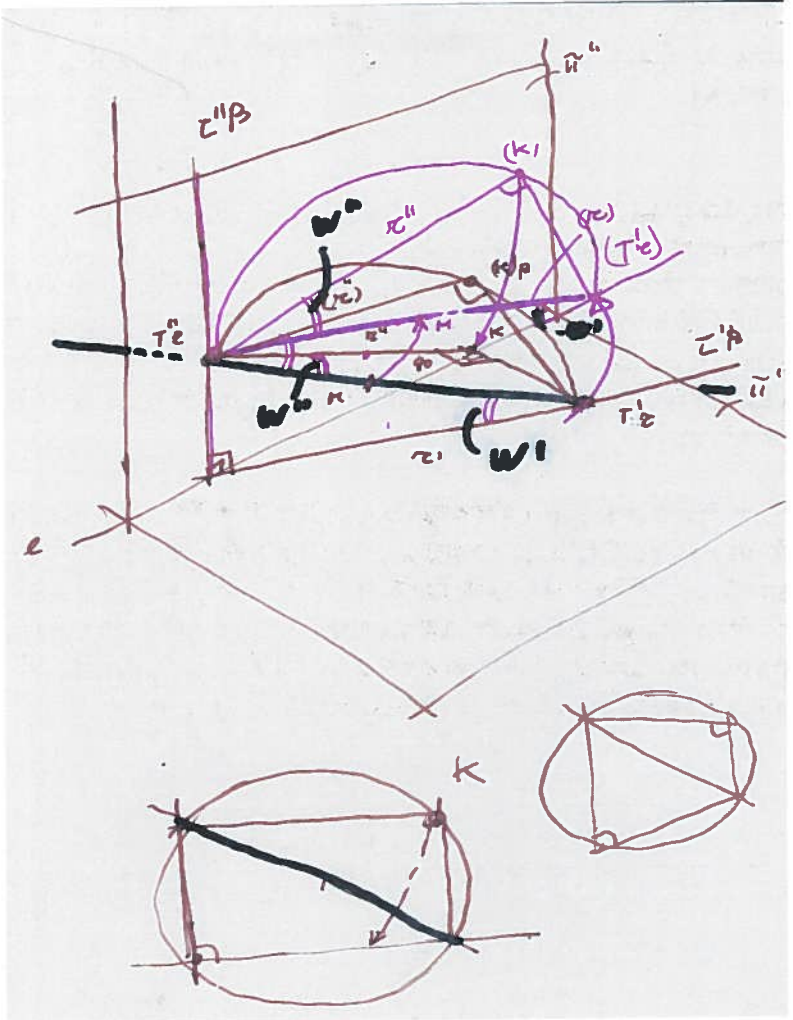


Fig. 122

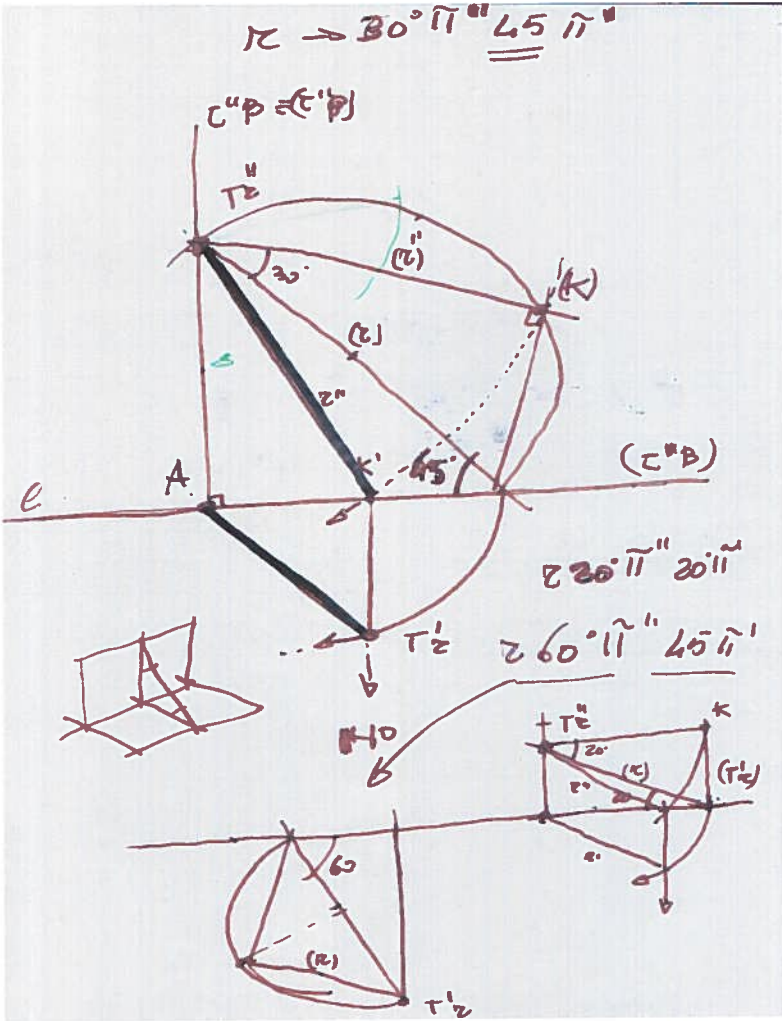


Fig. 123

RICERCA DELLA RETTA GENERICA E DEL PIANO GENERICO CON ANGOLI ASSEGNATI
RETTA GENERICA CON ANGOLI DATI

E' possibile rappresentare una retta generica con angoli rispetto ai piani di riferimento dati?

il problema è sorto con alcuni studenti del corso di Disegno Automatico in particolare nella rappresentazione 3d di modellazione solida,

la soluzione di questo problema che ci siamo trovati per risolvere era impossibile pensarla attraverso la modellazione 3d. si è fatto ricorso alle applicazioni della geometria descrittiva e dopo varie ipotesi si è determinato la possibilità di imporre entrambe gli angoli che una retta forma rispetto ai piani di riferimento. in questo modo si è potuto definire anche il limite massimo e il rapporto che questi angoli possono avere.

In questi grafici preparatori si intuisce il percorso seguito, si è iniziato dalla rappresentazione in proiezione ortogonale e con schemi assonometrici oggettivi con un solo angolo dato, per poi arrivare a sperimentare e definire che è possibile attribuire entrambe gli angoli.

Questa operazione di attribuzione non è sempre possibile ha dei limiti. che verranno esposti in un altro testo dove verrà più approfondito il problema.

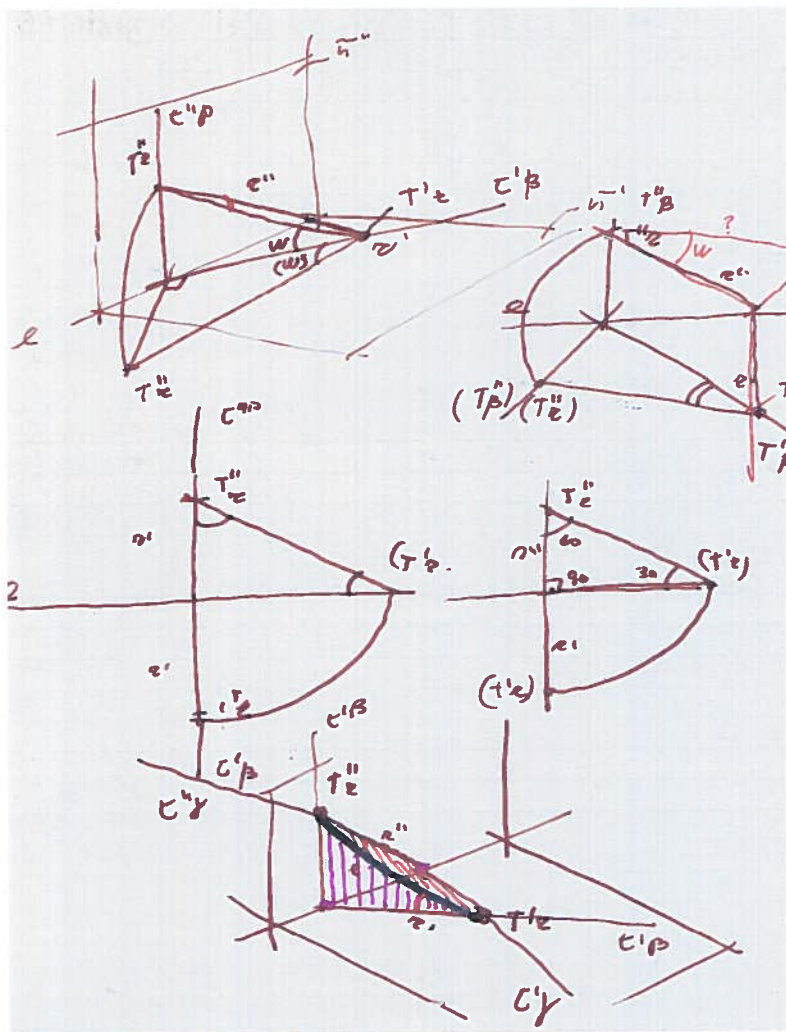


Fig. 120

La Geometria dello Spazio / 5

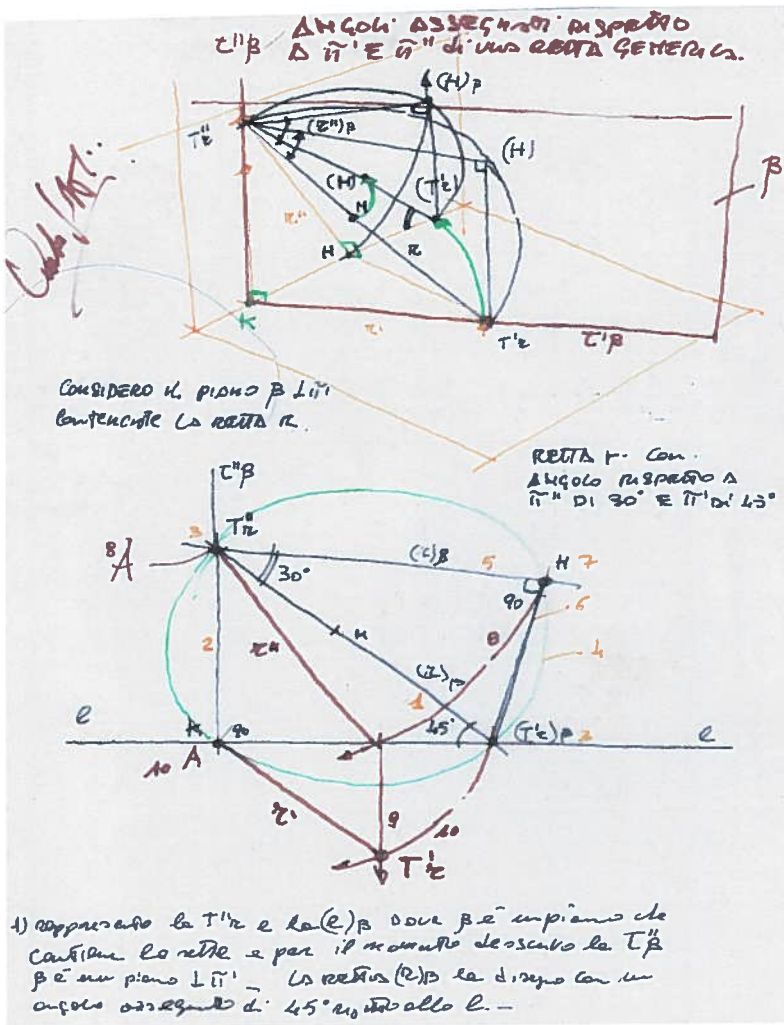


Fig. 124

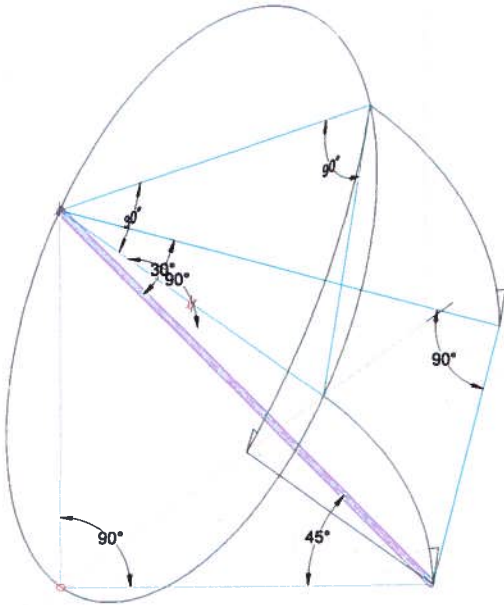
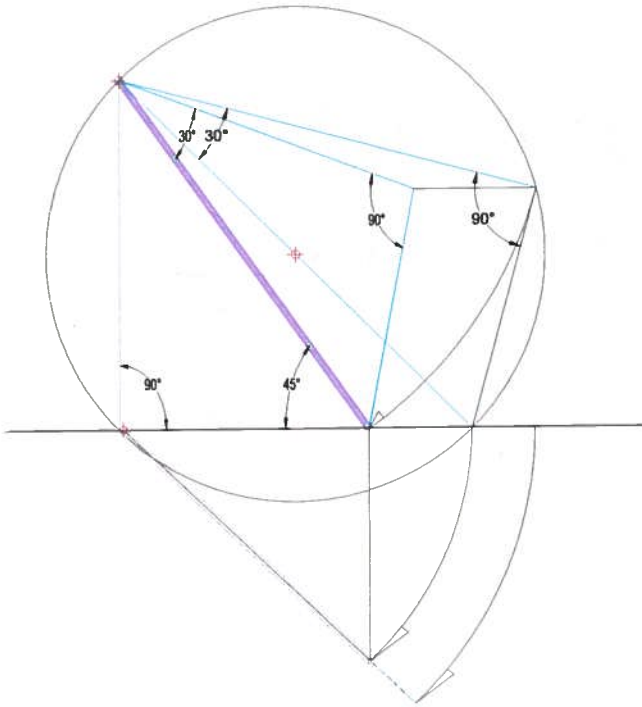


Fig. 125 disegno eseguito con cad in 3d e materializzato uccessivamente con i piani

Fig. 126 disegno eseguito con cad in 3d e realizzazione delle P.O. ottenute dalle viste



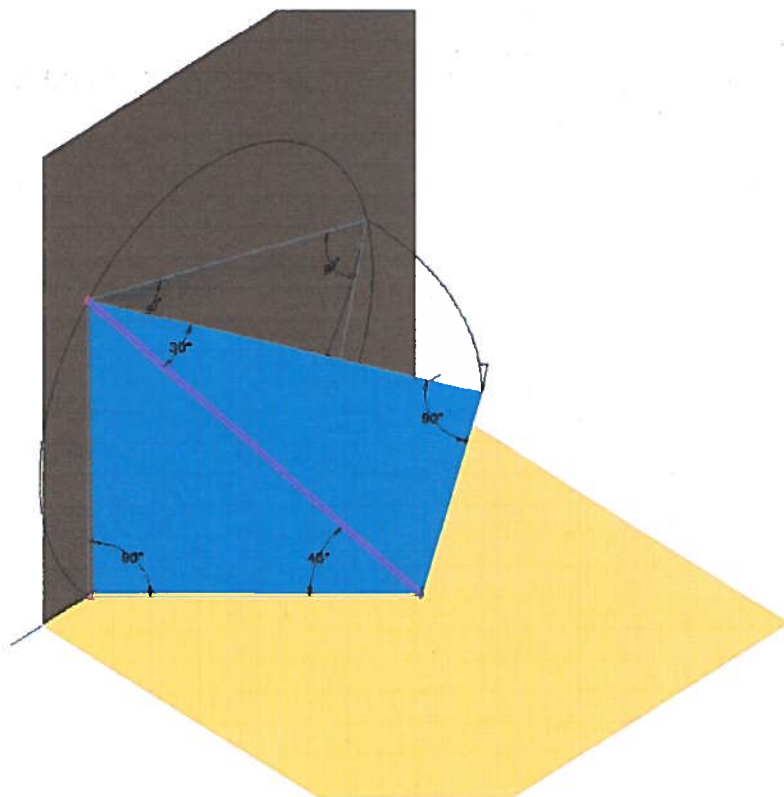


Fig. 127 disegno eseguito con cad in 3d vista assomonetrica (piano proiettante in prima immagine contenente i due triangoli rettangoli con la retta in vera grandezza comune ai due triangoli)

RICRCA DELLA RETTA GENERICA
RETTA GENERICA CON REALE VALORE E UNA DELLE
DUE PROIEZIONI

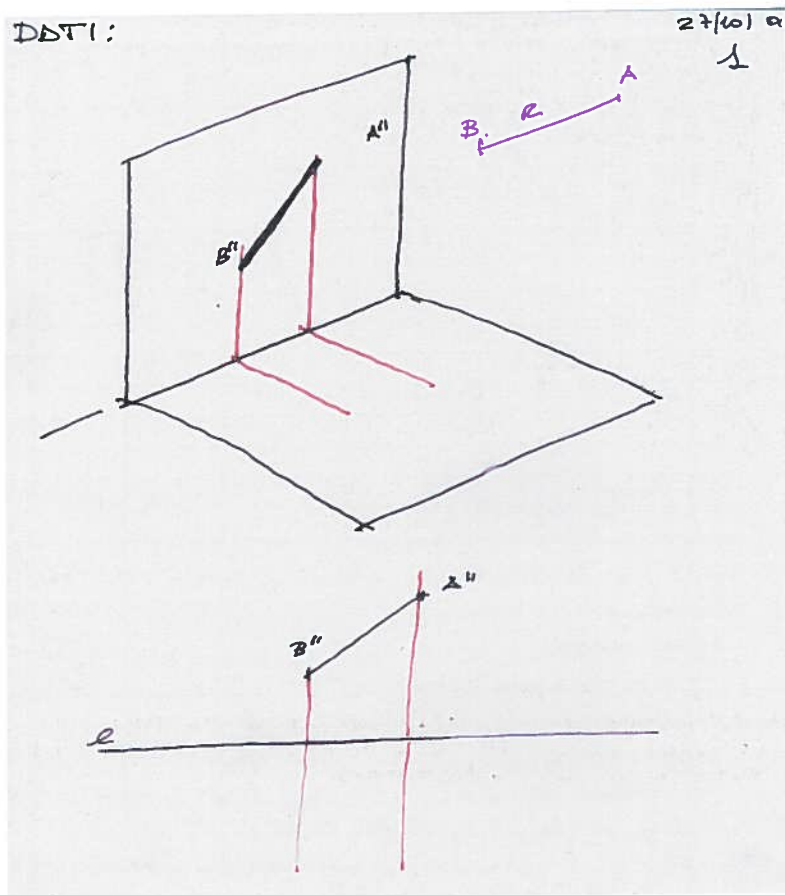


Fig. 128 disegno d'impostazione dei dati

Anche in questo caso è stato possibile rappresentare in una retta generica con assegnata la proiezione e il suo valore reale.

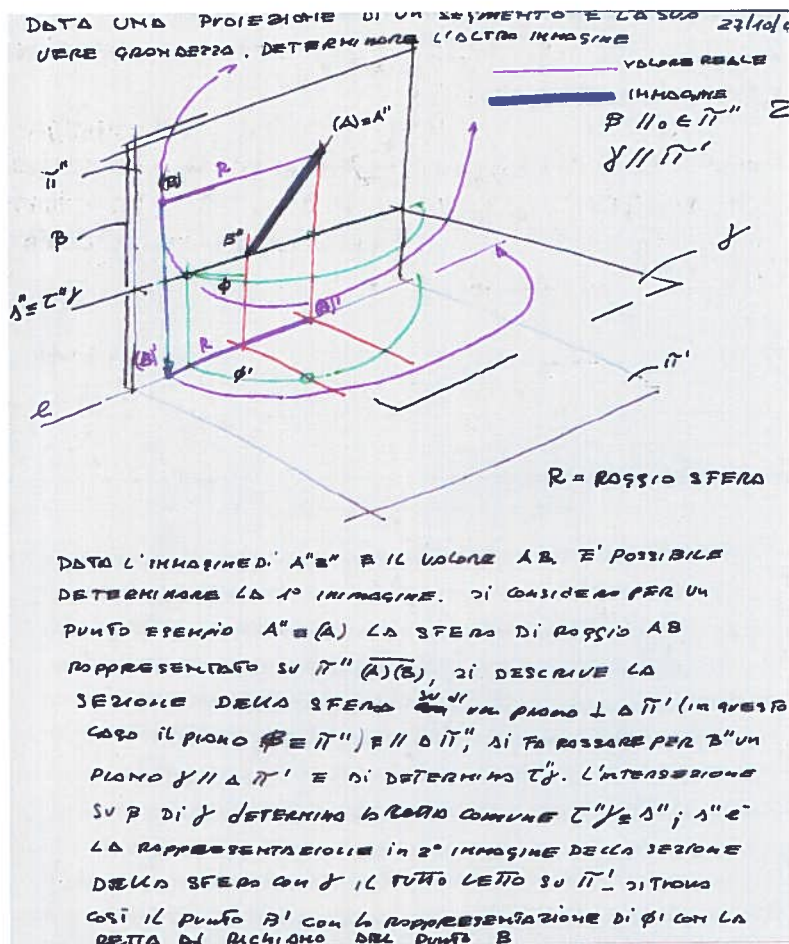


Fig. 129 assonometria rappresentativa e appunti per lo svolgimento e soluzione del problema

RETTA GENERICA CON REALE VALORE E UNA DELLE DUE PROIEZIONI

Data l'immagine di un segmento $A''B''$ e il suo valore reale AB è possibile determinare la 1° immagine.

Si consideri per il punto $A''=(A)$ la sfera di raggio AB e rappresentando così sul secondo piano di proiezione $(A)(B)$, si descrive la sezione della sfera su di un piano perpendicolare a primo piano di proiezione (color magenta), (in questo caso il piano beta è coincidente con in secondo piano di proiezione).

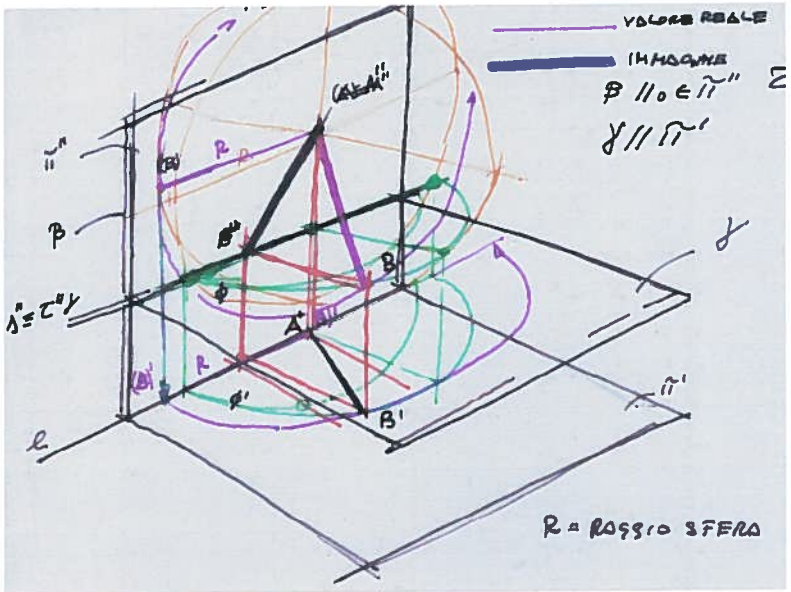


Fig. 130 assonometria rappresentativa con la soluzione grafica del problema

Si consideri un piano gamma parallelo al primo piano di proiezione e ortogonale al secondo piano di proiezione e lo si fa passare per il punto B'' (questo piano conterrà anche il punto B reale) si determina la traccia di gamma.

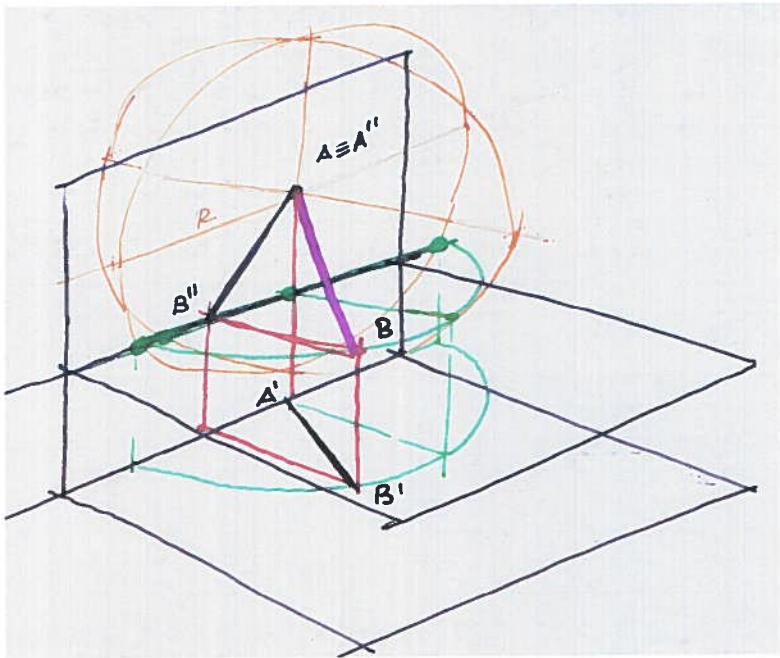


Fig. 131 esemplificazione della soluzione grafica del problema

L'intersezione tra la sezione del piano gamma con la sfera (cerchio color verde) e la proiezione inversa del punto B'' retta di richiamo ci determina la posizione nello spazio del punto B.

PIANO GENERICO CON ANGOLI ASSEGNATI

è possibile rappresentare un piano generico con angoli rispetto ai piani di riferimento dati?

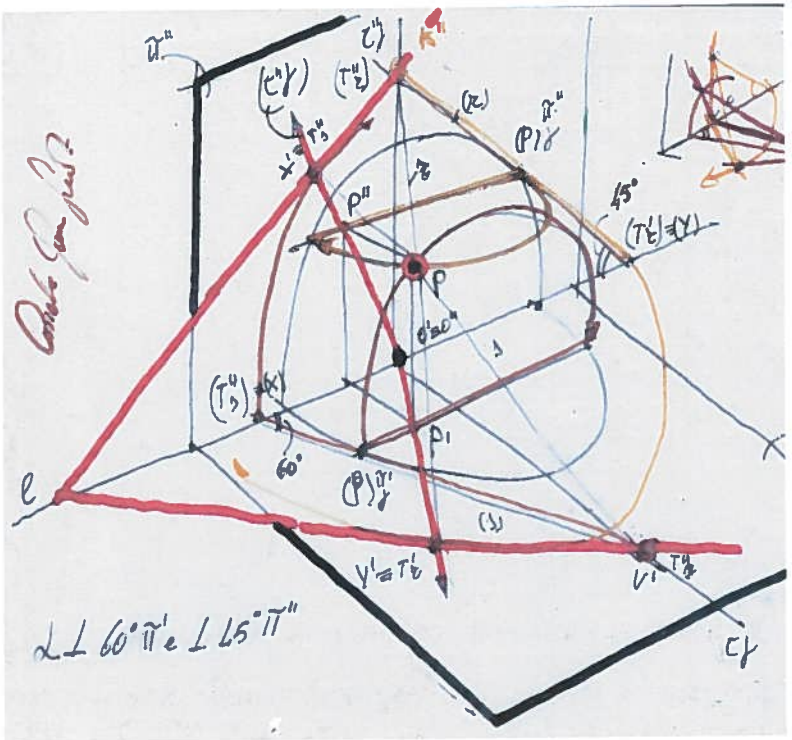


Fig. 132 assonometria con soluzione grafica del problema

il problema è stato risolto considerando un punto appartenente alla sfera con centro sulla retta L e le rispettive sezioni poste su piani paralleli ai piani di riferimento, inoltre si è considerato due coni tacenti la sfera e avuti come sezioni le stesse ottenute sulla sfera.

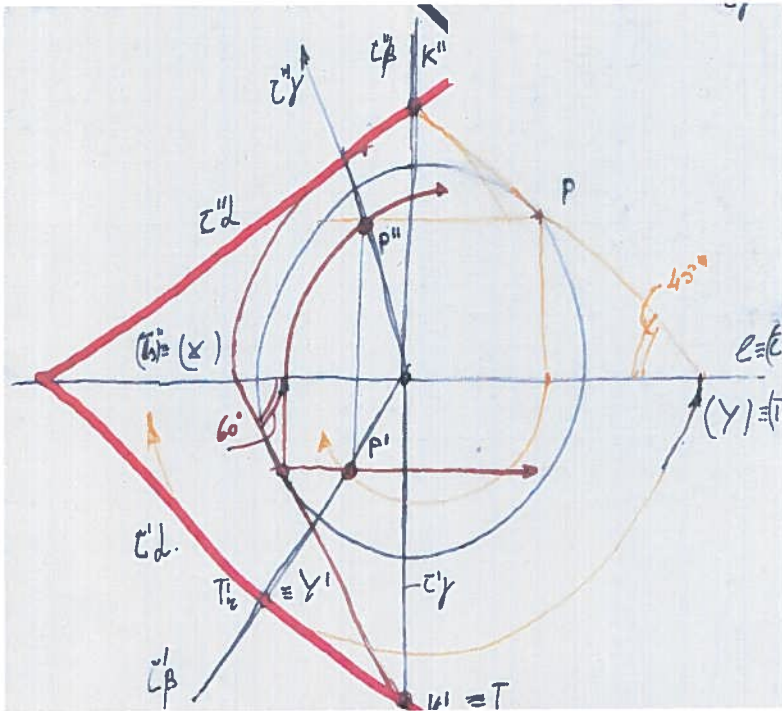


Fig. 133 proiezioni ortogonali della soluzione grafica del problema

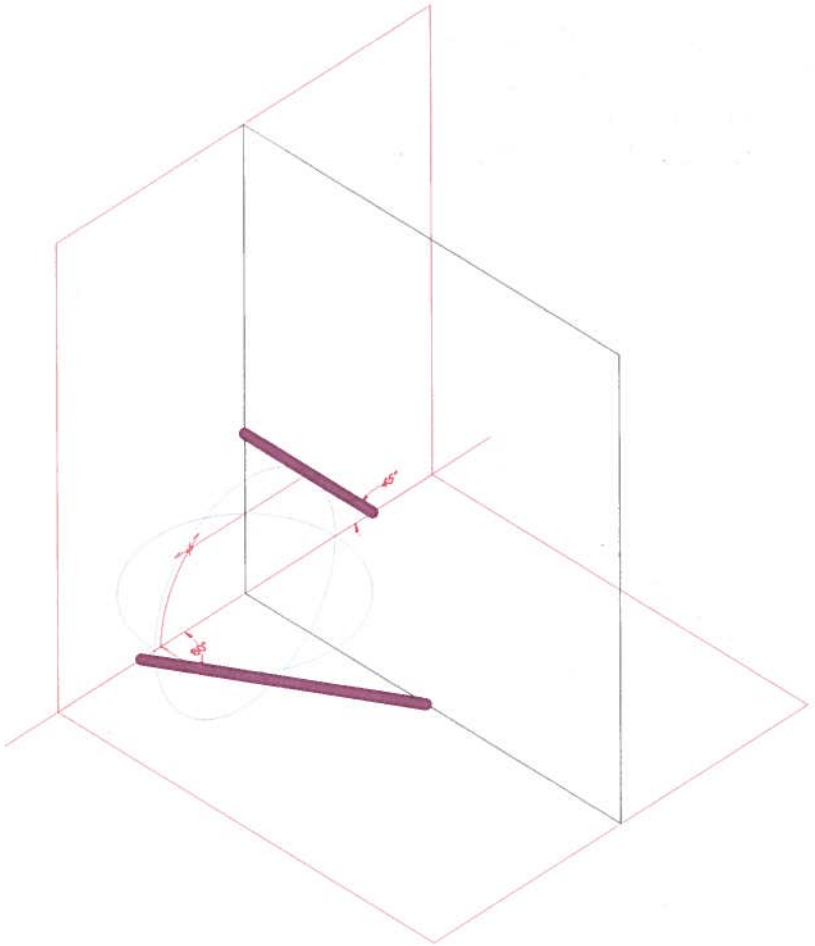


Fig. 134 assonometria dei dati

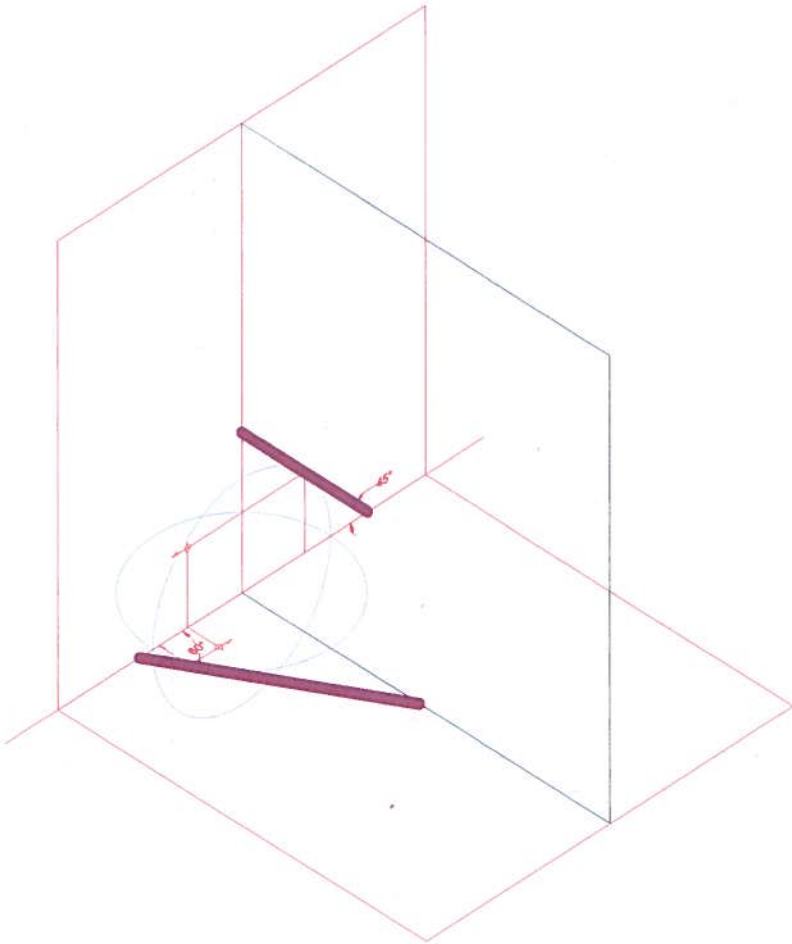


Fig. 135 assonometria primi passaggi

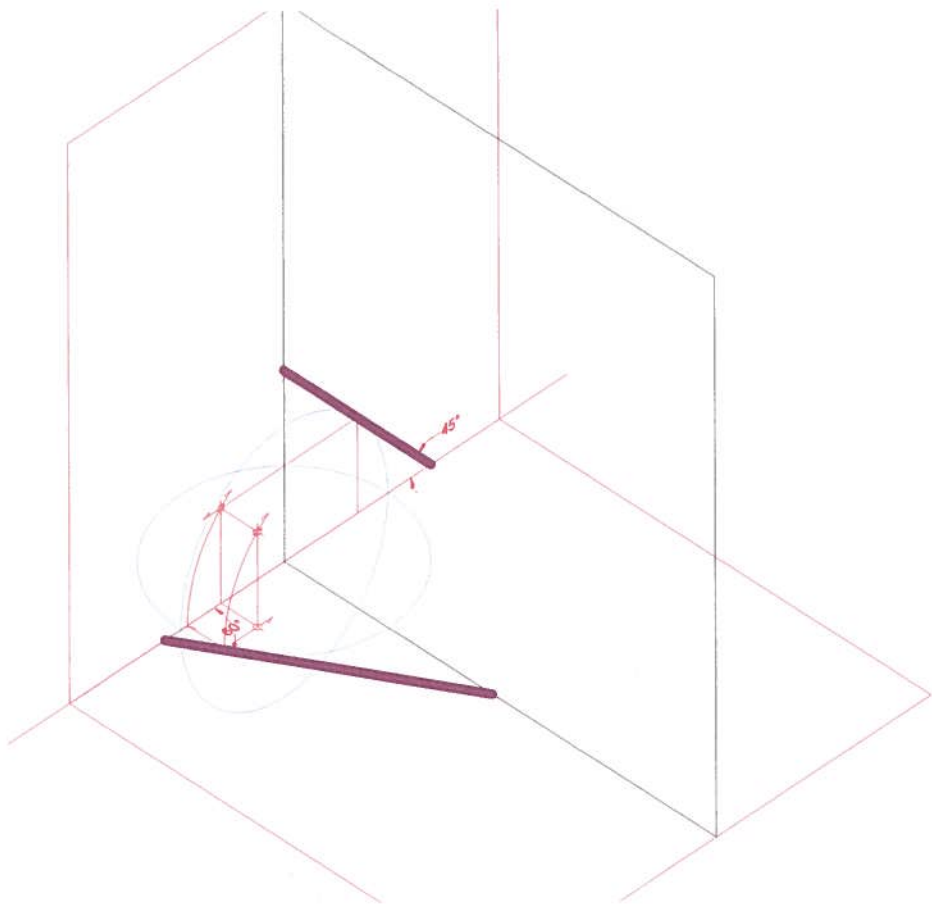


Fig. 136 assonometria tetriminazione del punto di tangenza della sfera risletto al piano generico

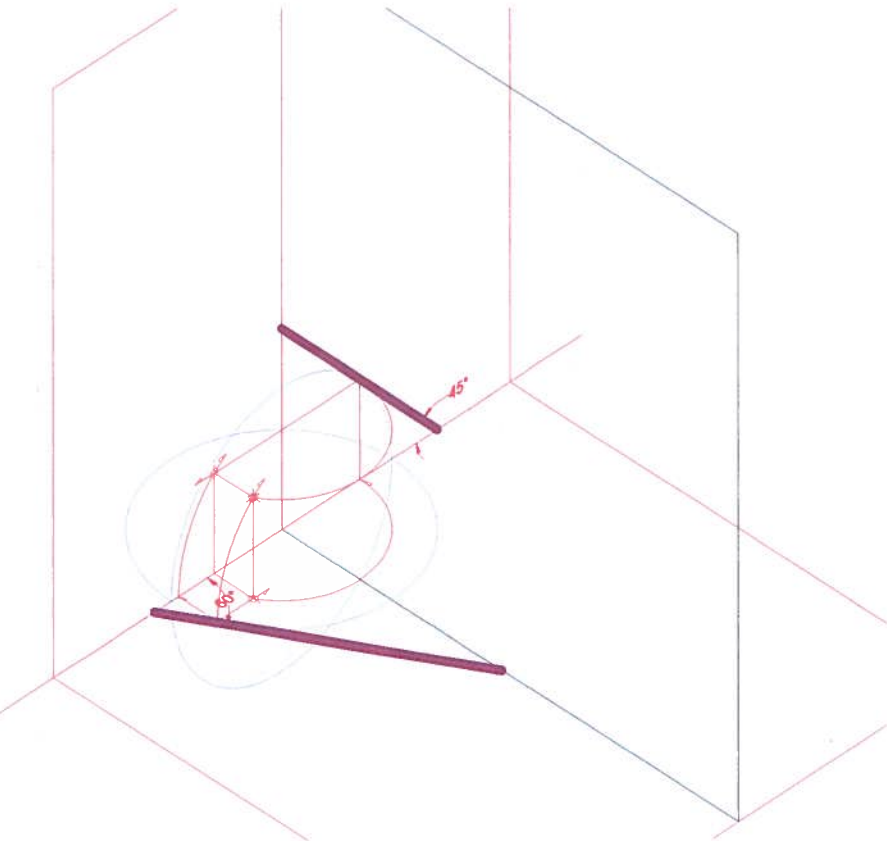


Fig. 137 assonometria determinazione del punto attraverso la rotazione in seconda immagine della retta d'impostazione

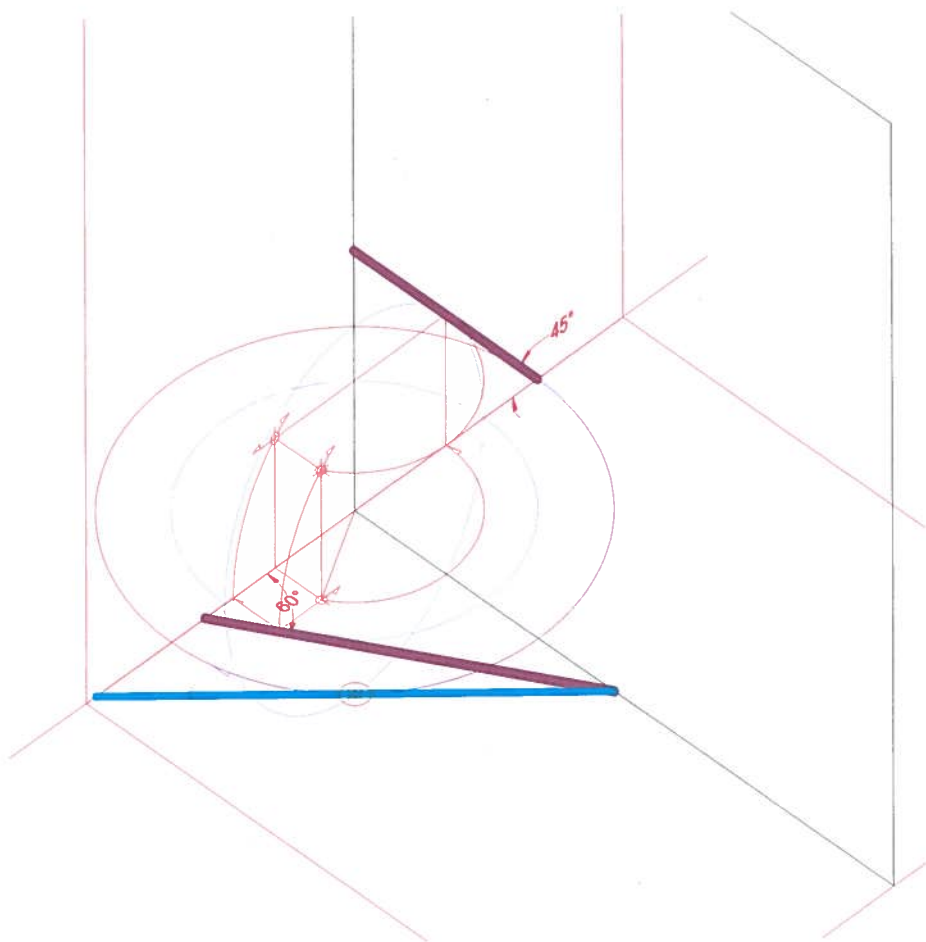


Fig. 137 assonometria determinazione della prima traccia del piano generico determinata dalla traccia della retta e da una retta tangente all'arco di rotazione della retta in seconda immagine

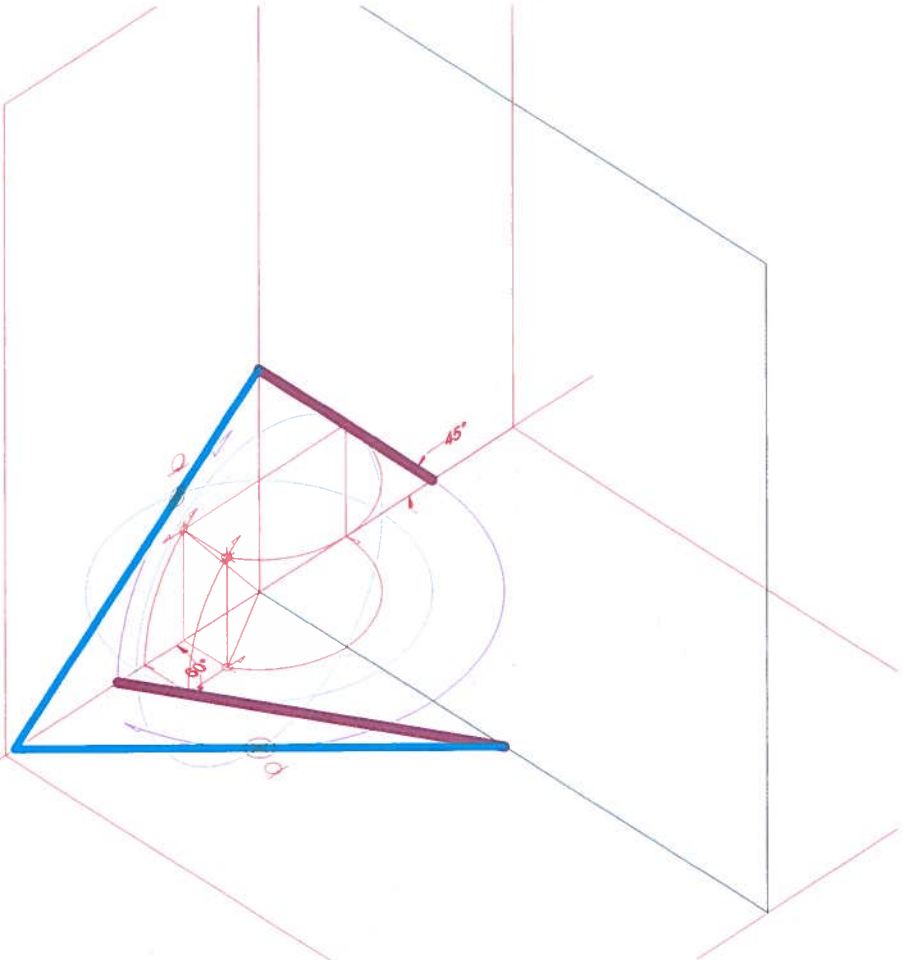


Fig. 138 assonometria determinazione della seconda traccia del piano generico

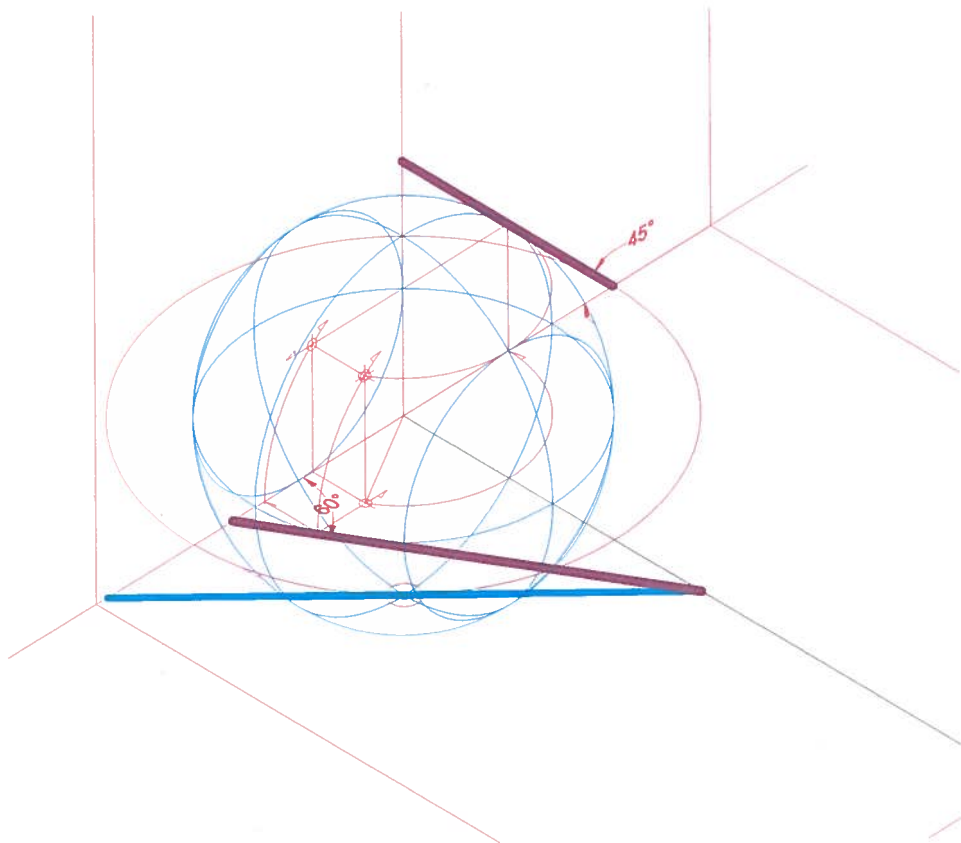


Fig. 139 assonometria rappresentazione della sfera tangente al piano generico sul punto determinato

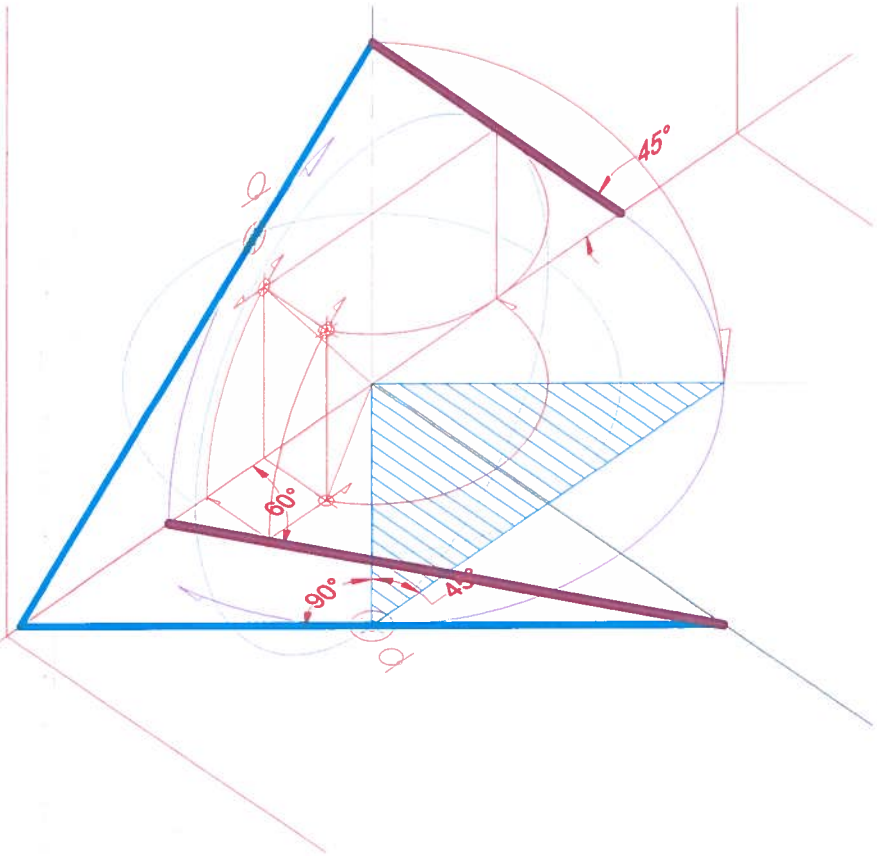


Fig. 140 assonometria, verifica in 3d del valore dell'angolo del piano generico rispetto al primo piano di proiezione

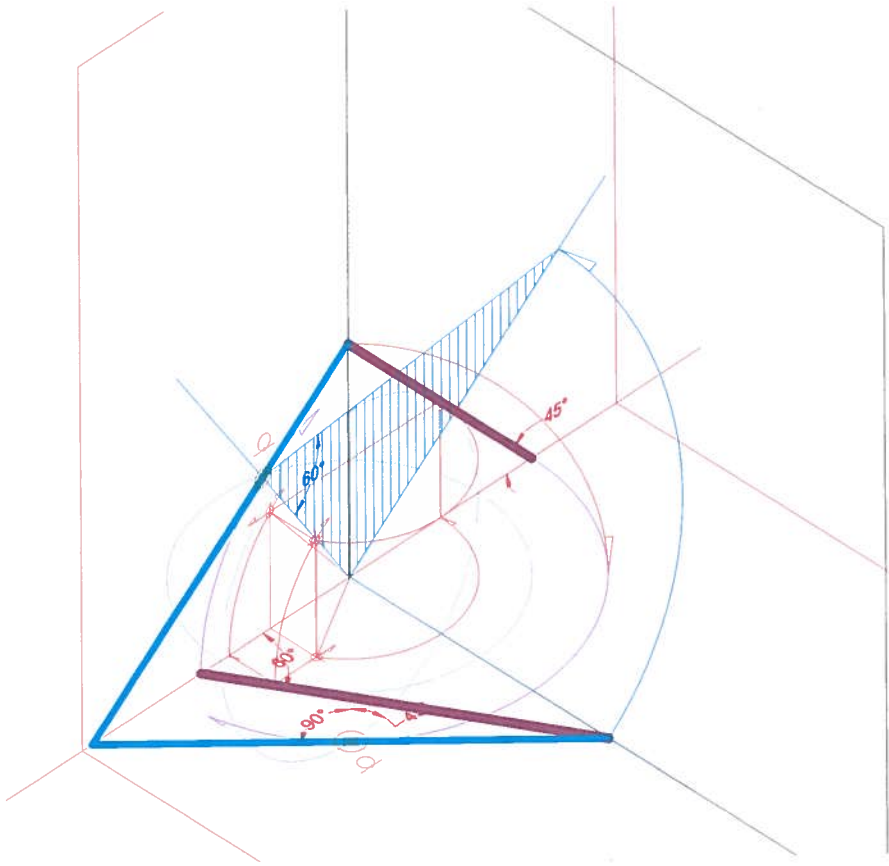


Fig. 142 assonometria, verifica in 3d del valore dell'angolo del piano generico rispetto al primo secondo di proiezione

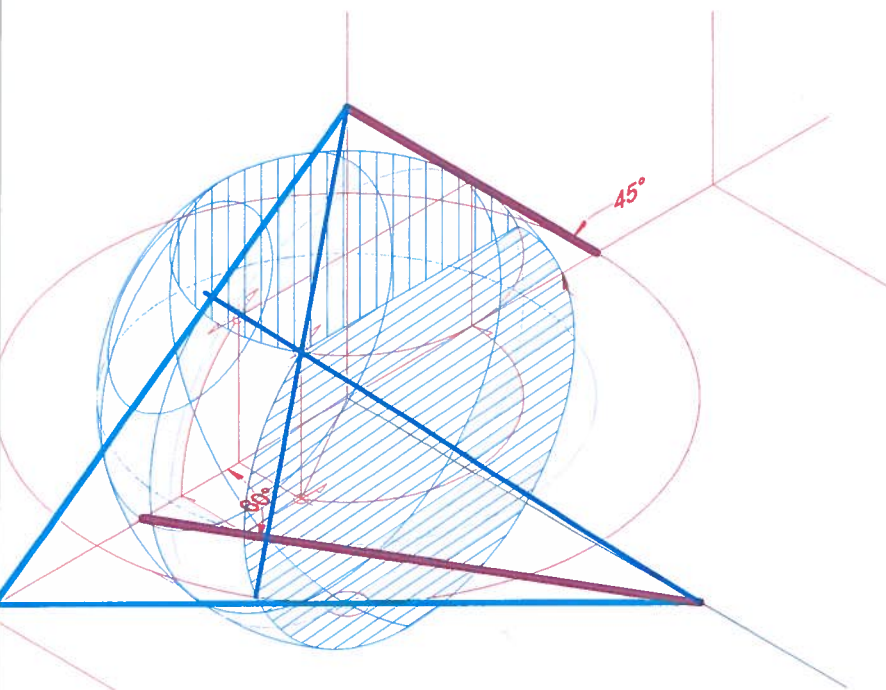


Fig. 143 assonometria, verifica in 3d sezioni della sfera

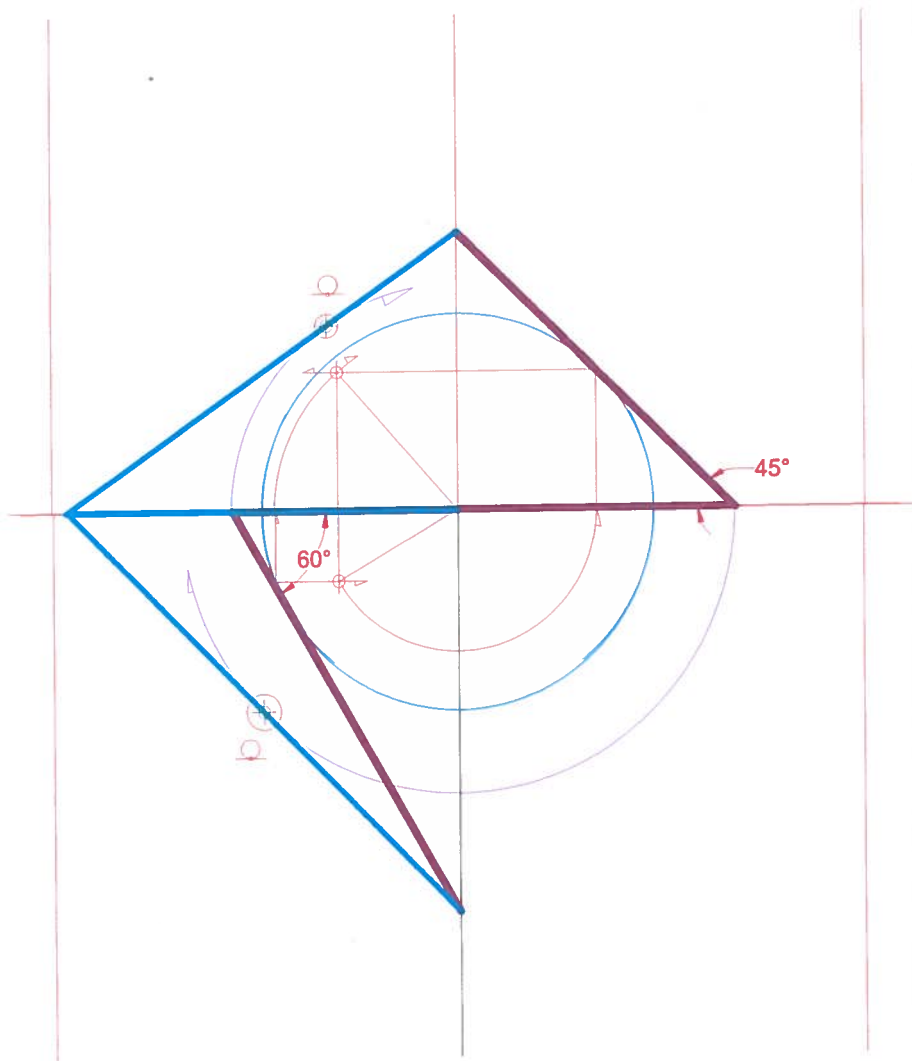


Fig. 144 proiezioni ortogonali del piano generico inclinato 45° rispetto al primo piano di proiezione e di 60° rispetto al secondo piano di proiezione

ESEMPI DI PARTICOLARI TIPI DI COPERTURE
TERMINAL T4 di Madrid
Richard Rogers

Costruzione grafica eseguita dall'allievo **ROBERTO NIERI**

1 FASE Analisi delle fonti grafiche dell'oggetto preso in considerazione

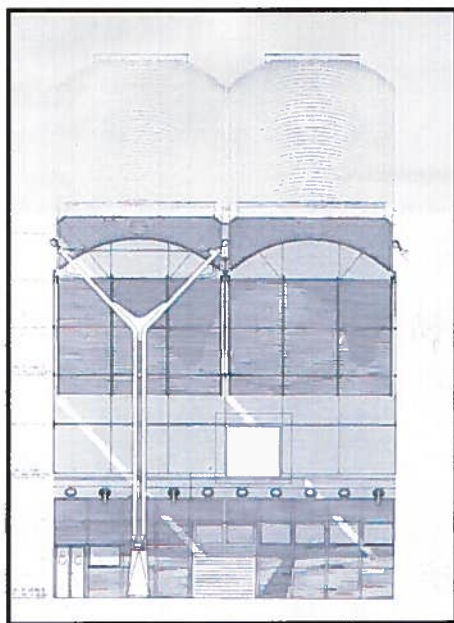


Fig. 145

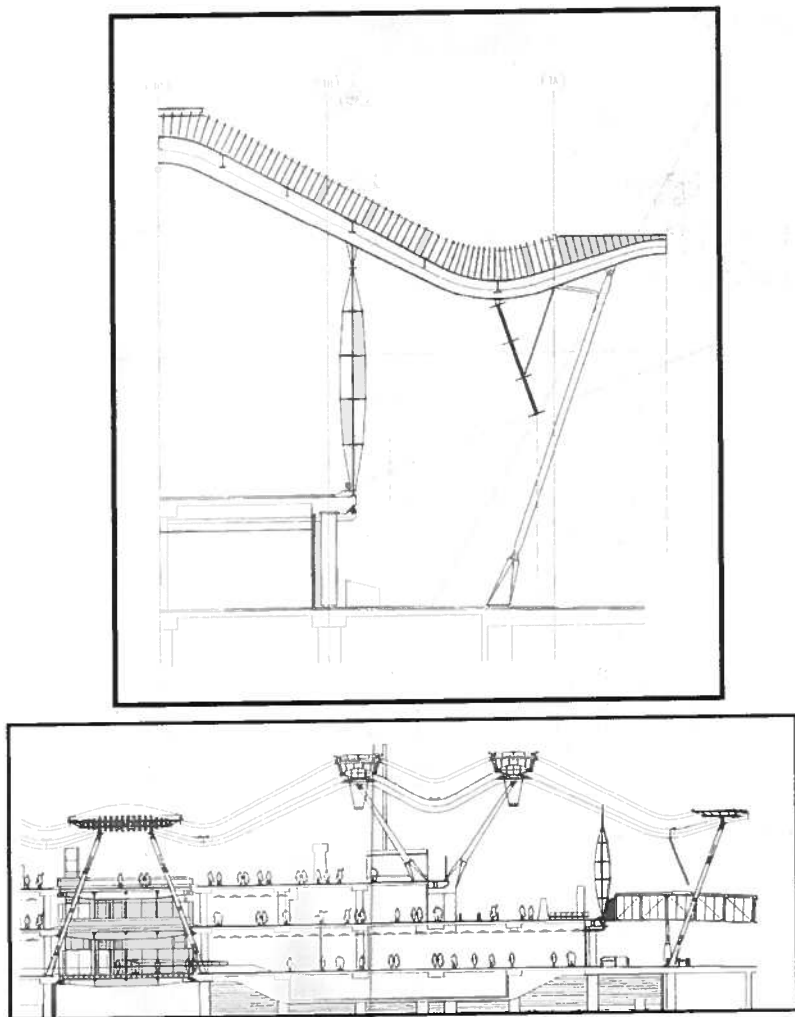


Fig. 146 e 147

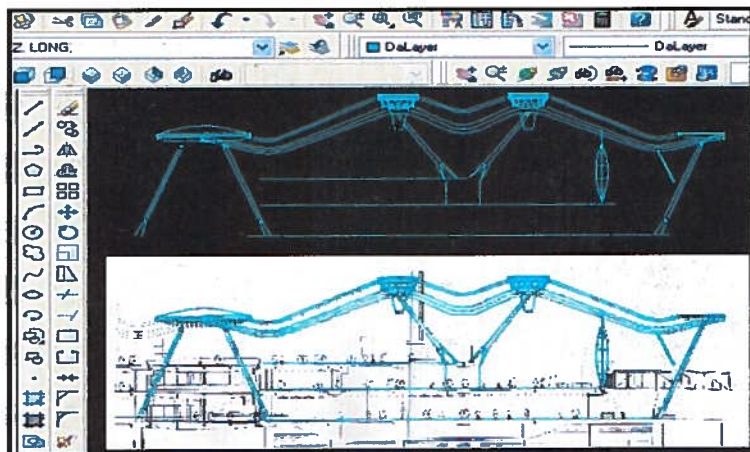
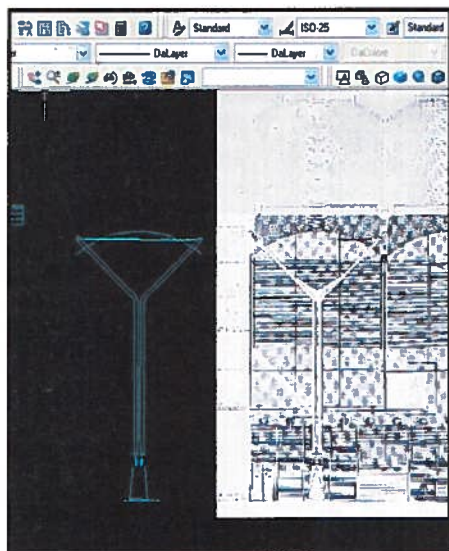


Fig. 148 e 149

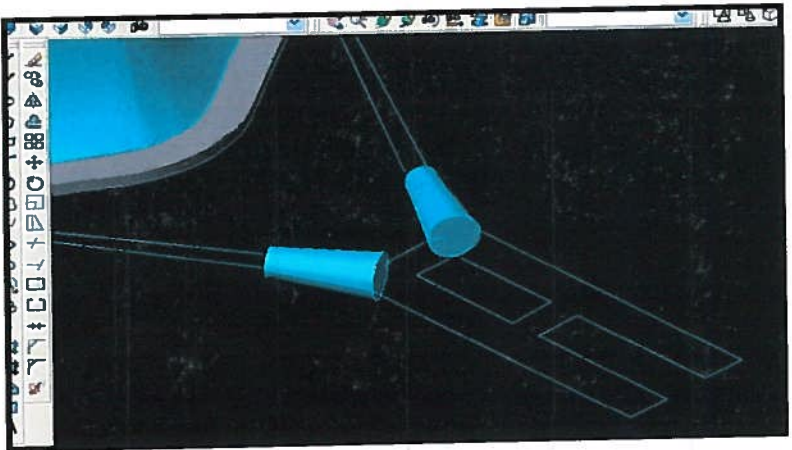
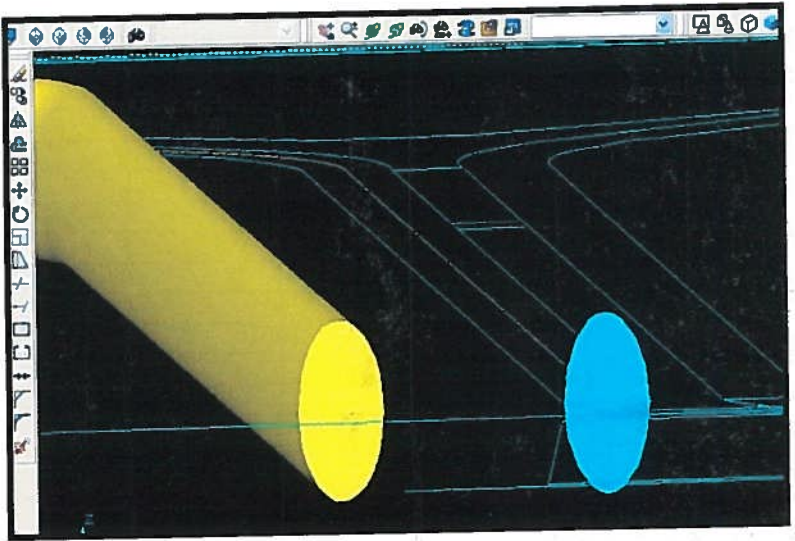


Fig. 150 e 151

DALLA GEOMETRIA DESCRITTIVA AL DISEGNO AUTOMATICO 2D E 3D

Le Superfici a semplice e doppia curvatura

Arch. Amedeo G. Giusti

2005-2006

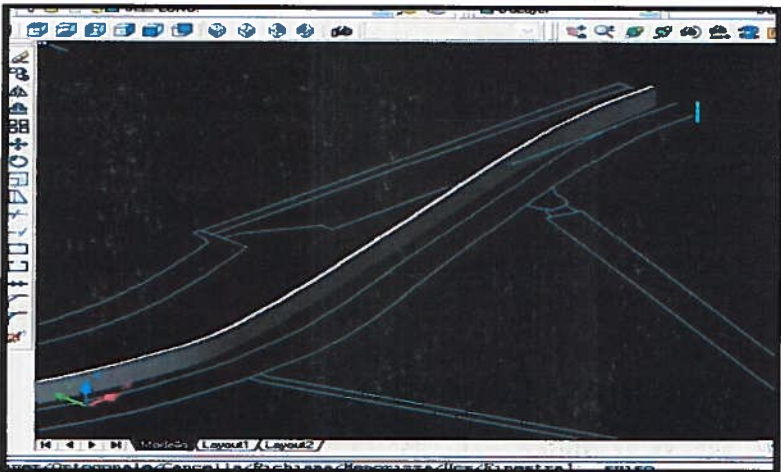
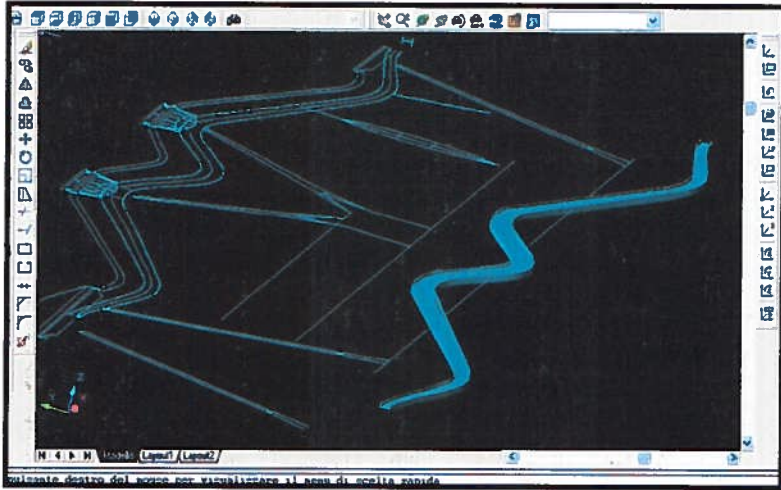


Fig. 152 e 153

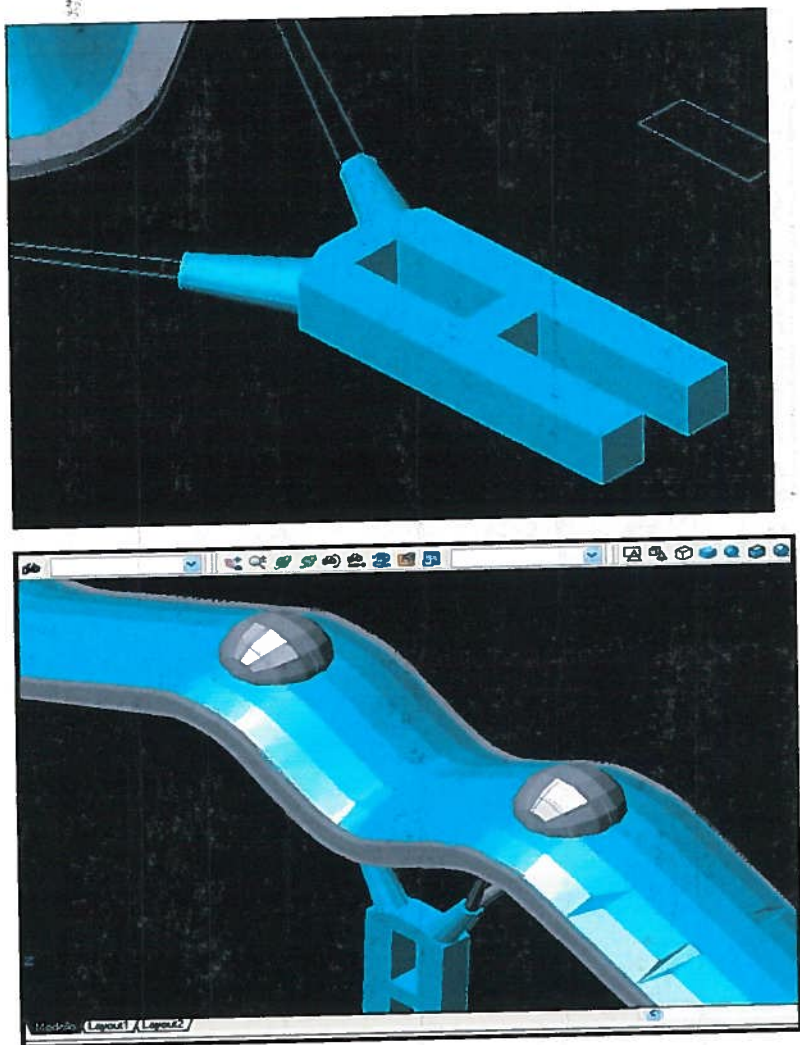


Fig. 154 e 155

DALLA GEOMETRIA DESCRITTIVA AL DISEGNO AUTOMATICO 2D E 3D

Le Superfici a semplice e doppia curvatura

Arch. Amedeo G. Giusti

2005-2006

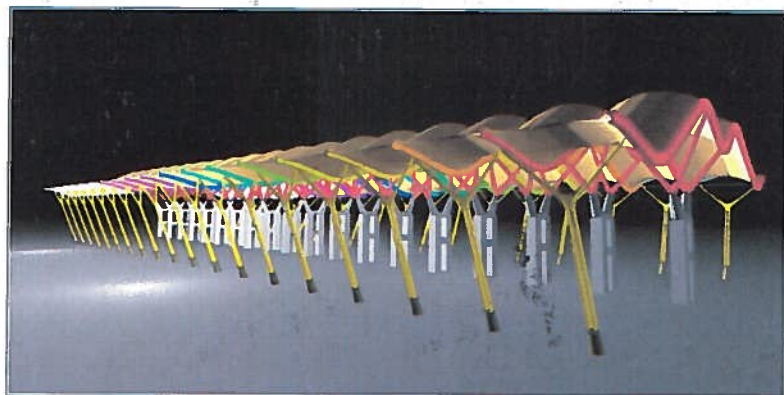
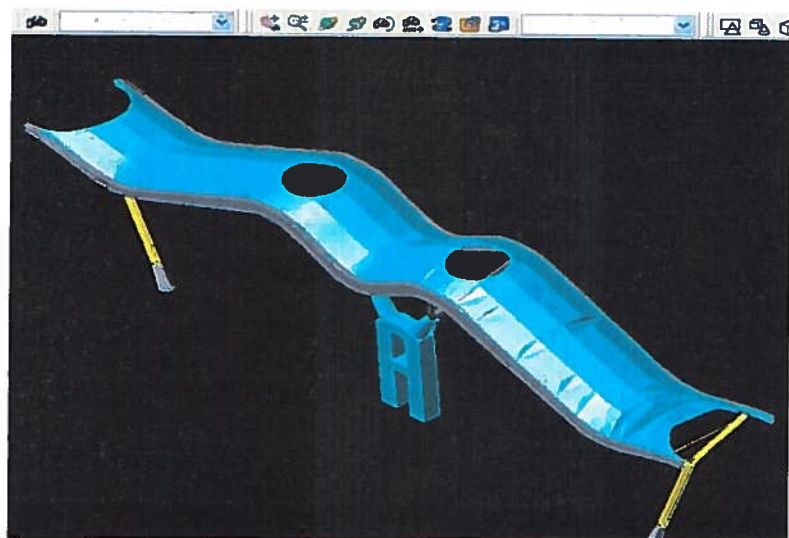


Fig. 156 e 157

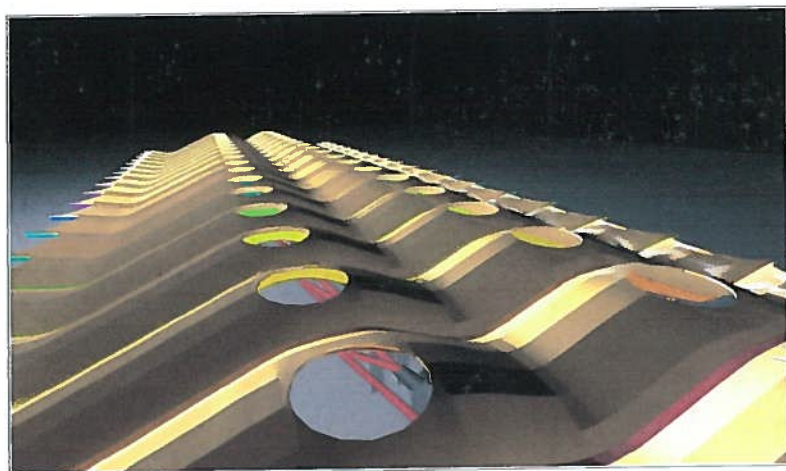


Fig. 158 e 159

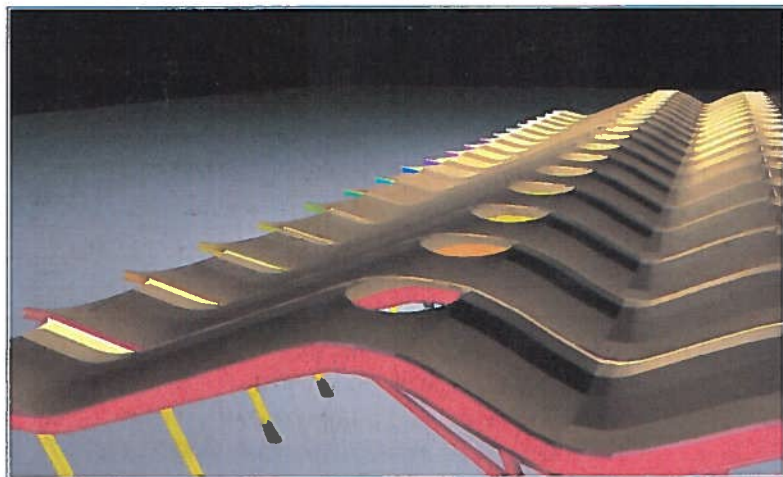
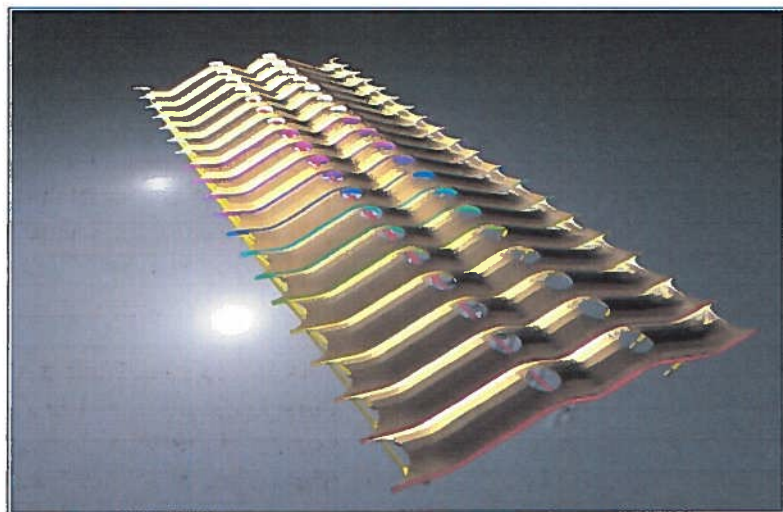


Fig. 160 e 161

Bodegs Ysios
Laguardia, Spagna/ santiago Calatrava/ 2001

Gli edifici possono contribuire a creare un marchio e un nuovo produttore di vini spagnolo, il gruppo Bodegas&Bebidas, ha ritenuto che il mondo migliore per sfruttare questa idea fosse impiegare l'architetto- ingegnere di maggior spicco del paese, Santiago Calatrava.

Fondata nel 1998, Bodegas Ysios sorge vicino a Laguardia, a nord ovest della capitale della regione de la Rioja, Logroño, ai piedi dei monti Catabrici. Climaticamente strategiche per la qualità del vino, il Rioja Alavesa, le montagne hanno ispirato la forma dell'edificio. Evitando di indulgere nelle predilette fogge zoomorfe, a Logroño Calatrava ha disegnato una struttura con una serie di coperture curvilinee. Pur dovendo rispettare un duplice vincolo- la specifica destinazione d'uso dell'edificio e il budget relativamente limitato- l'architetto ha esplorato ancora una volta il processo della formazione di curve a partire da elementi rettilinei, un'idea che lo affascina ormai da tempo. Travi in legno lamellare di abete scandinavo coprono una luce di quasi 26 m, salendo e scendendo in un motivo che connota in maniera spettacolare sia l'interno che l'esterno. L'ingresso principale dell'edificio guarda a sud, verso la via principale, in direzione delle imponenti montagne. Lungo 196 m, il volume ha muri portanti in cemento armato che seguono un movimento ondulatorio sia sul fronte che sul retro, acquistando in stabilità. La sincronia del movimento curvilineo fa sí che la distanza tra i muri rimanga costante. Dove si protendono maggiormente verso l'esterno, essi raggiungono l'altezza maggiore, mentre nel punto piú concavo quella inferiore. Poiché all'elemento piú concavo del

fronte corrisponde il piú convesso del retro, e viceversa, le travi che si estendono da fronte a retro si trovano ad angoli sempre diversi. In altre parole, sfruttando un semplice concetto geometrico l'architetto ha saputo generare un effetto scenografico a tre dimensioni.

Per un'azienda vinicola in attività, é un esito, verrebbe da dire, piú che sufficiente, e invece l'edificio é altresí dotato di un imponente ingresso assiale per i visitatori. L'elemento centrale, la mediana di sette "onde", si eleva 10 m al di sopra delle altre per accogliere una sala ristorante e relax, con una parete vetrata da cui si godono splendide viste delle pianure circostanti e della collina su cui sorge la città di Laguardia. Proiettandosi in avanti, questo spazio ha consentito di ricavare anche un atrio per gli ospiti che non interferisce con il sistema di produzione lineare. L'uva entra dall'estremitá ovest dell'edificio e prosegue attraverso le aree di produzione e di pullitura delle botti fino ai depositi centrali, e da qui verso le zone di imbottigliamento, deposito bottiglie e spedizione. Il prodotto finito lascia l'edificio dal lato est.

Le facciate est e ovest, piú piccole, hanno un semplice rivestimento in metallo ondulato, di impronta industriale. Per contro, il prospetto sud, quello "pubblico", é rivestito con listelli di cedro, il cui colore richiama quello del terreno. Il retro dell'edificio, visibile a chi lavora nei vigneti, é in calcestruzzo grezzo, mentre il tetto é ricoperto di alluminio riflettente. "L'effetto della luce naturale sul tetto crea un movimento ondulatorio che richiama le variazioni cromatiche dei vicini vigneti", afferma Calatrava. Questi ultimi si trovano a un livello piú basso, una circostanza fortunata, in quanto evita che nei giorni di sole cocente i riflessi prodotti dalla copertura abbagliano gli operai al lavoro.

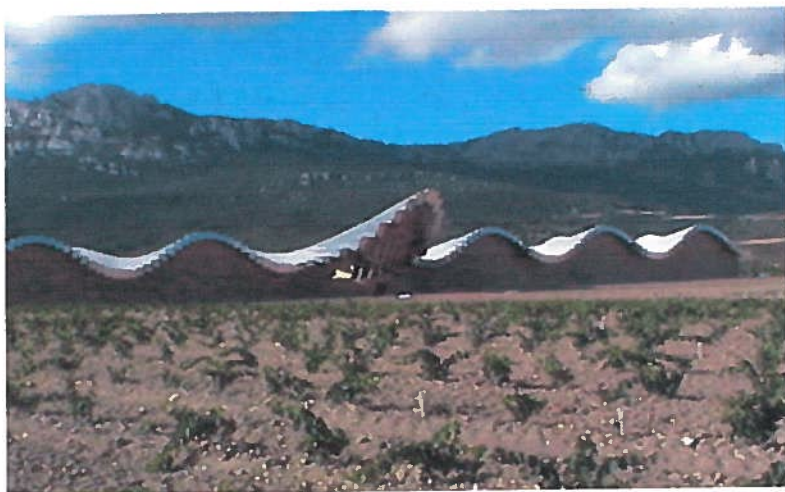


Fig. 162 e 163

DALLA GEOMETRIA DESCRITTIVA AL DISEGNO AUTOMATICO 2D E 3D

Le Superfici a semplice e doppia curvatura

Arch. Amedeo G. Giusti

2005-2006

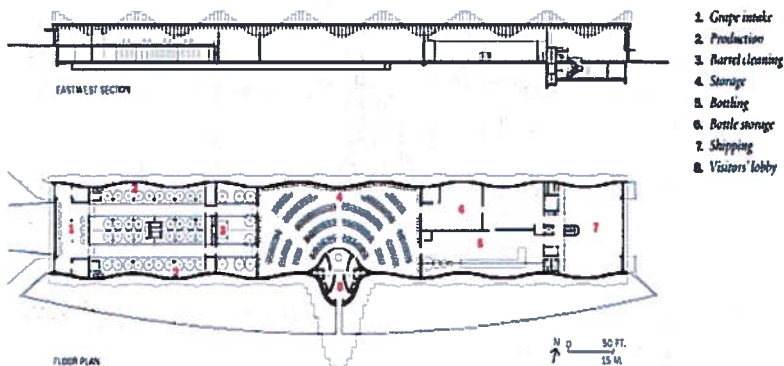


Fig. 164 sezione e 165 pianta

1. Parti laterali: disegnata "pianta" con andamento del muro e delle travi. L'altezza e la sezione della trave vengono disegnate, poi fatta una linea che segue l'andamento della trave. La trave viene estrusa.
2. Sezioni e andamento delle travi disegnati per un pezzo del edificio.
3. Travi estrusi.
4. Muri estrusi più alti della copertura.
5. Travi vengono sottratte dal muro, si ottiene due pezzi che vengono divisi e quello sovrastante viene cancellato.
6. Il pezzo del muro viene specchiato e copiato, così si trova l'andamento del muro e della copertura.

7. Parte centrale: disegnate in pianta le travi e la curvatura del muro. Per trovare l'andamento della trave centrale, è stata presa una delle travi prima usate, la sua inclinazione è prolungata per trovare la lunghezza giusta.
8. Si è disegnata una nuova trave con una sezione più grande, con lo stesso andamento di quella prima. Con il comando trancia si è ottenuta una trave con due sezioni diverse.
9. Sono state disegnate le altezze e le nuove sezioni per ogni trave della parte centrale.
10. Le sezioni sono state estruse per trovare l'andamento della copertura.
11. Le travi sono state tranciate per ottenere facce inclinate.
12. Per trovare l'inclinazione e la curvatura del muro, sono state disegnate due elisse in pianta, di cui una è stata copiata e tirata su. Essa è stata suddivisa in diversi pezzi. Sono state disegnate delle traiettorie per ogni pezzo.
13. Ogni pezzo è stato estruso verso il basso lungo la propria traiettoria.
14. Il muro è stato messo insieme alle travi, le travi sono poi state sottratte dal muro.
15. Per concludere il lavoro sono stati aggiunti i dettagli: come la porta e le travetti della copertura.

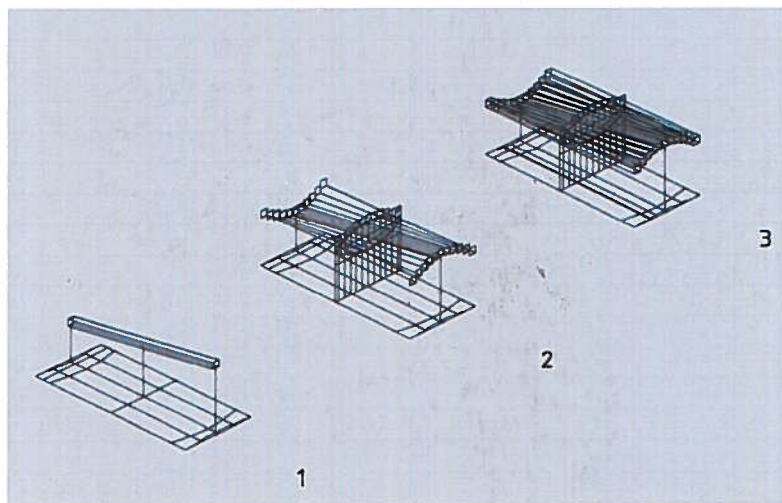
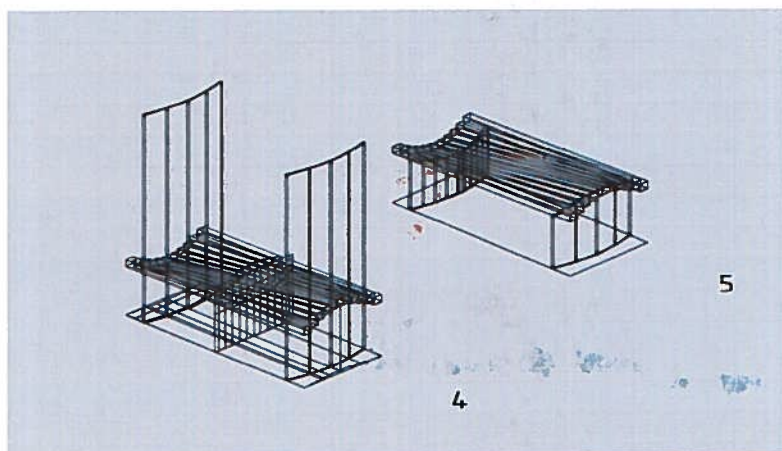


Fig. 166 e 167 impostazioni per il 3d e realizzazione dei primi passaggi



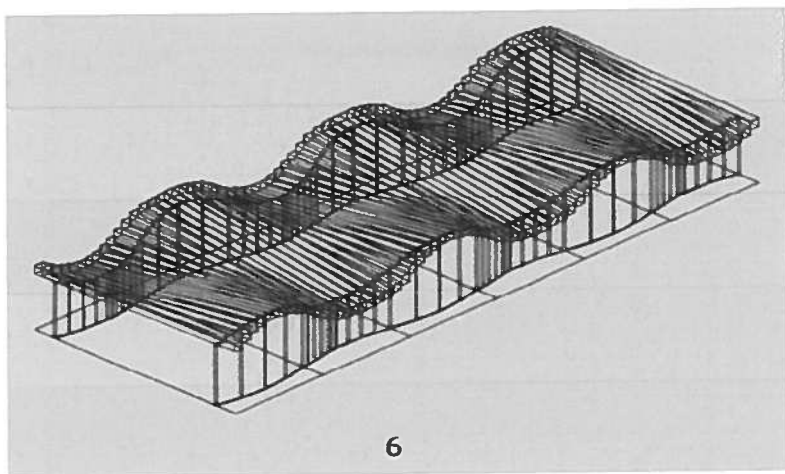
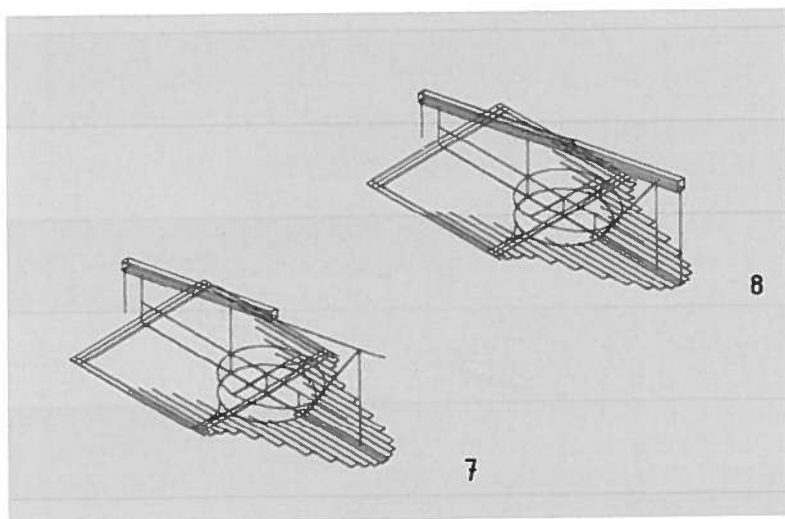


Fig. 168 e 169 modellazione dei solidi



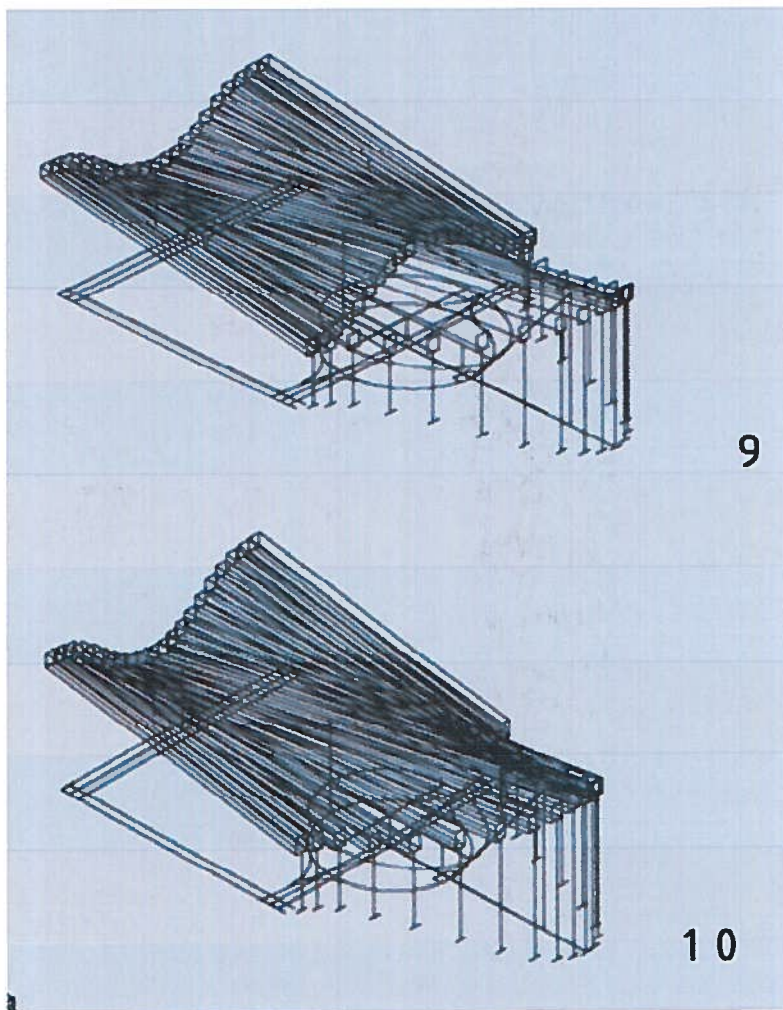


Fig. 170 e 171 composizione dei solidi

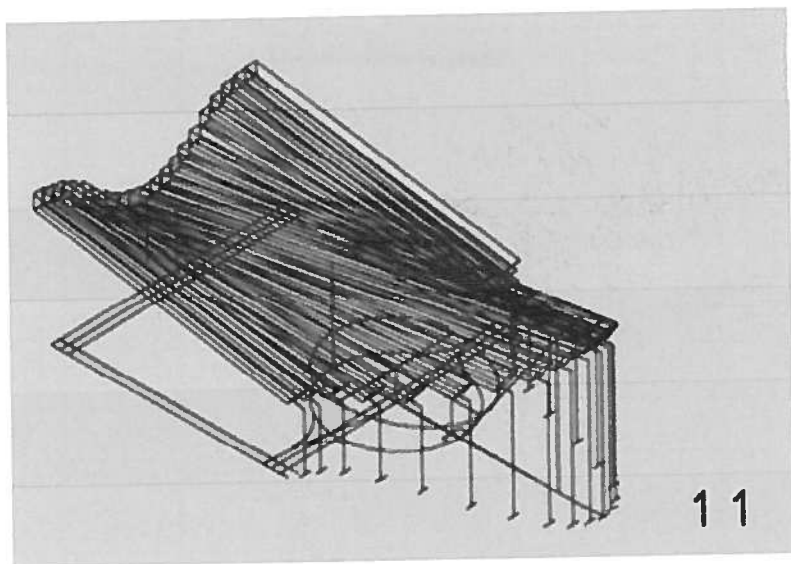


Fig. 172

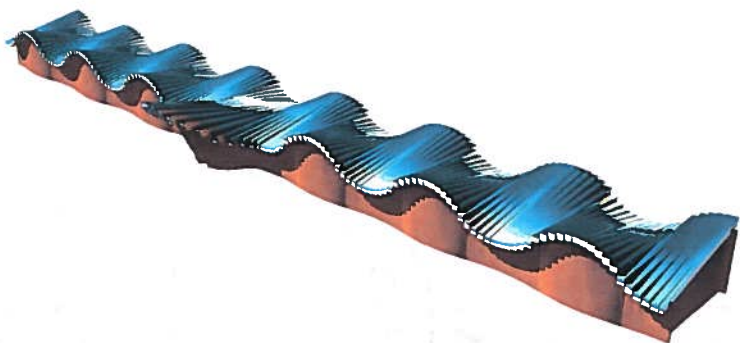
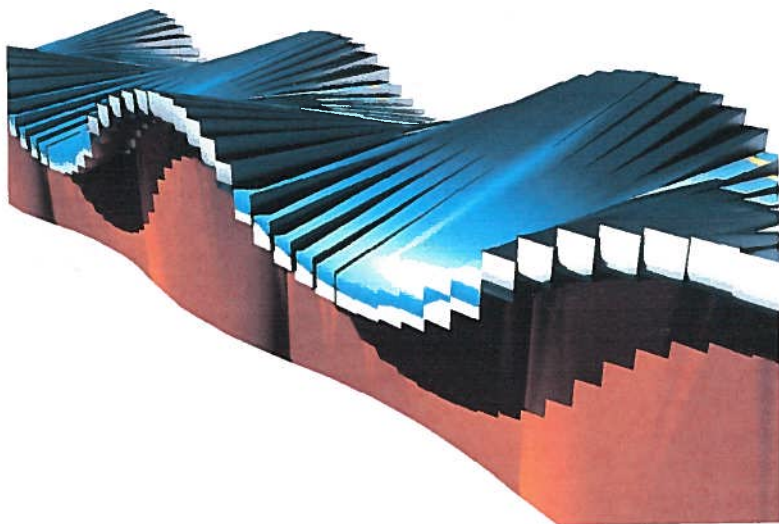


Fig. 174 e 175 render della copertura

- B. Aterini, *Appunti dalle lezioni del corso fondamentali ed applicazioni della geometria descrittiva*, Alinea, Firenze, 2000
- U. Saccardi, *Applicazioni della Geometria Descrittiva*, Libreria Fiorentina, Firenze, 1977
- Manuale di Autocad, Release 2000
- R. Corazzi, *Geometria "Scienza del Disegno 2 – Proiezioni Centrali, la Prospettiva, La Fotogrammetria*, Maggioli Editore, 1998
- *Quaderni di rappresentazione e rilievo degli Studi di Roma "La Sapienza"*.
- A. G. Giusti, *Restituzione Fotogrammetrica Grafica a Fotogramma singolo applicata alle superfici curve*. Tesi di Dottorato Firenze 1996

